ひかり統計塾

統計検定２級
公式問題集(CBT対応版)の解説

カテゴリー10. 線形モデルの分野
10-2: 分散分析の分野
（p160-173）

統計検定2級　CBT問題集　PART.2 目次

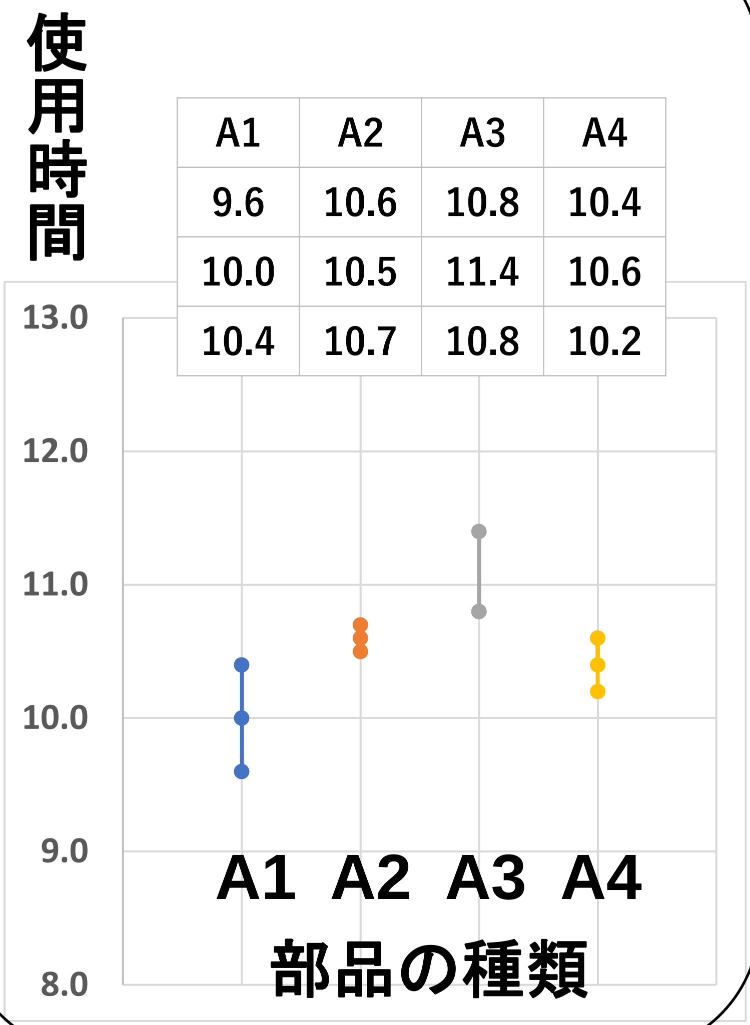
[C10]
[CATEGORY.10]
線形モデルの分野

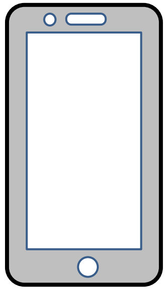
分散分析の各問題の解説を
行う前に、「分散分析の基礎」を
ご説明します。
分散分析の基礎をご存知の方は、
(p160.1a)～(p160.1f)を
スキップし、
(p160.2)～を視聴ください

[C10-1] 回帰分析の分野
[C10-2] 分散分析の分野

(p160.1a) [C10-2]分散分析の基礎: 対象とする問題

A1	A2	A3	A4
9.6	10.6	10.8	10.4
10.0	10.5	11.4	10.6
10.4	10.7	10.8	10.2



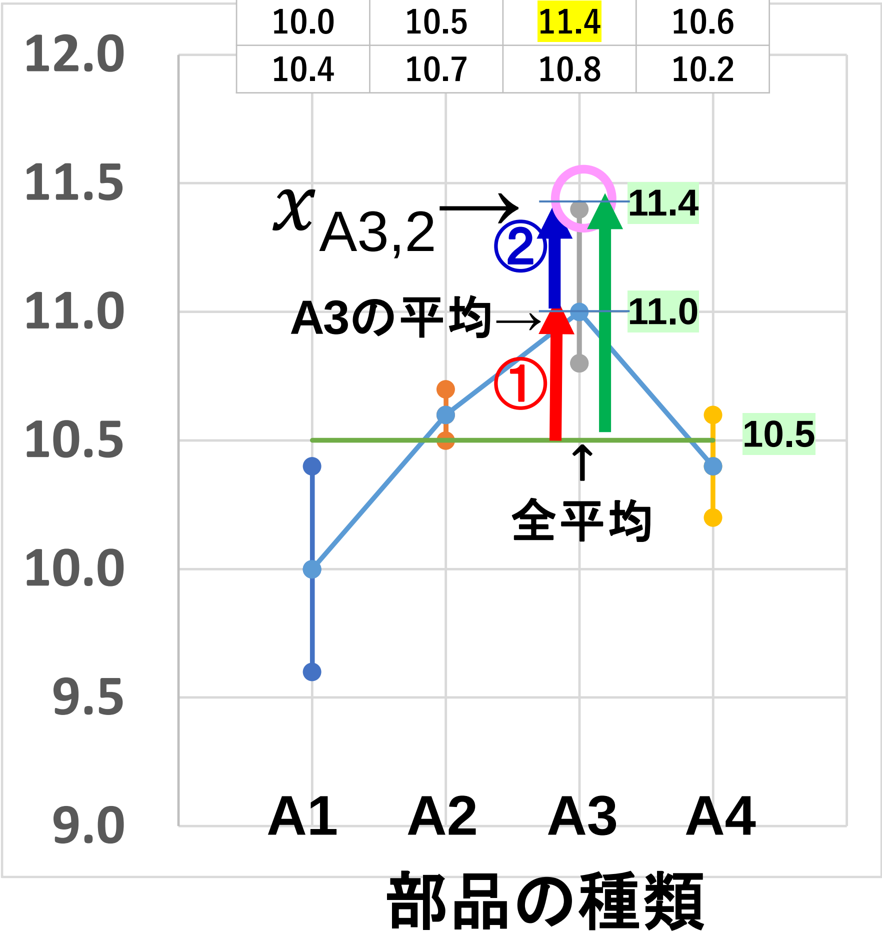


例題:スマホの1充電当たりの使用時間を長くする
検討を行っています。ある部品に4種(*)を使い、
使用時間を調べました。
(*)部品A1: 旧部品、 部品A2,A3,A4:新部品の候補

それぞれ、3個のサンプルを作成し、使用時間を調べました。
この部品の種類により、使用時間が異なると言えますか？

(p160.1b) [C10-2]分散分析の基礎: ばらつきの分解

A1	A2	A3	A4
9.6	10.6	10.8	10.4
10.0	10.5	11.4	10.6
10.4	10.7	10.8	10.2



ばらつきの総和(偏差平方和, 変動)は、

$$S = (11.4 - 10.5)^2 + \cdots \text{(残り11個分)}$$
$$= \{(11.4 - 11.0) + (11.0 - 10.5)\}^2 + \cdots \text{(残り11個分)}$$

②: ばらつき　①: 部品の効果

総平方和

$$S = S_T = S_E + S_A$$

$$\begin{cases} S_E = (11.4 - 11.0)^2 + \cdots \text{(残り11個分)} \\ S_A = (11.0 - 10.5)^2 + \cdots \text{(残り11個分)} \end{cases}$$

②: ばらつき 誤差平方和

①: 部品の効果 A間平方和

のように、総平方和を①と②に分けることができました。

$(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$

(注) $2 \times (11.4 - 11.0) \times (11.0 - 10.5) + \cdots$ (残り11個分)
が出てきますが、この総和は0になります。(「入門統計解析法」p119[注6.1])

(p160.1c) [C10-2]分散分析の基礎: 自由度

母平均の検定・推定
(母分散:未知)

$$不偏分散 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \bar{X}\right)^2 = \frac{偏差平方和}{自由度}$$

今の例では、

データ総数: $4 \times 3 = 12$
全自由度= データ総数 − 1
$\boldsymbol{\phi_T = n - 1 = 12 - 1 = 11}$

A1	A2	A3	A4
9.6	10.6	10.8	10.4
10.0	10.5	11.4	10.6
10.4	10.7	10.8	10.2

4水準
⇒因子Aの自由度= 水準数 − 1
$\boldsymbol{\phi_A = 4 - 1 = 3}$

⇒誤差の自由度= 全自由度 − 因子Aの自由度
$\boldsymbol{\phi_E = \phi_T - \phi_A}$
$\boldsymbol{= 11 - 3 = 8}$

公式: 全自由度(ϕ_T) = データ総数 − 1
因子Aの自由度(ϕ_A) = 水準数 − 1
誤差の自由度(ϕ_E)= $\phi_T - \phi_A$

のように、3つの自由度(ϕ_T,ϕ_A,ϕ_E)を求めます。

(p160.1d) [C10-2]分散分析の基礎: 自由度(練習)

灰色部分には値が有り、白色部分には値が無いとします

3種の自由度を求めてください

繰返し↓

A1	A2	A3	A4	A5
値:有り				

全自由度: $\phi_T = 5 \times 4 - 1 = 19$

因子Aの自由度: $\phi_A = 5 - 1 = 4$ $(A$: 5水準だから$)$

誤差の自由度: $\phi_E = 19 - 4 = 15$

繰返し↓

A1	A2	A3	A4	A5
値:有り				
	値:無し		値:無し	

全自由度: $\phi_T = (5 \times 4 - 2) - 1 = 17$

因子Aの自由度: $\phi_A = 5 - 1 = 4$

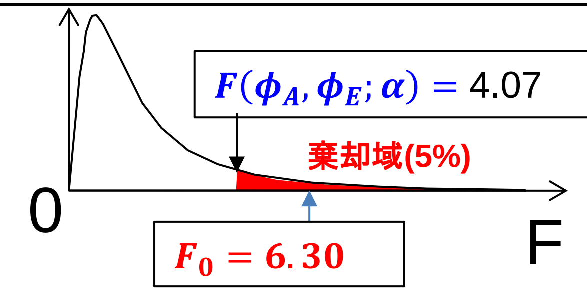
誤差の自由度: $\phi_E = 17 - 4 = 13$

公式:
全自由度(ϕ_T) = データ総数 $- 1$
因子Aの自由度(ϕ_A) = 水準数 $- 1$
誤差の自由度(ϕ_E)= 全自由度 − 因子Aの自由度 $= \phi_T - \phi_A$

(p160.1e) [C10-2]分散分析の基礎: 検定の手順

(1): 2つの仮説を立てます
値の説明:(スマホの使用可能時間)要因A:(部品の種類)
帰無仮説 H_0: 要因Aの効果はない
対立仮説 H_1: 要因Aの効果はある

理論:帰無仮説が正しい時、検定統計量: $F_0 = \frac{V_A}{V_E}$は自由度$(\boldsymbol{\phi_A}, \boldsymbol{\phi_E})$のF分布に従う



(2): 有意水準αを定めます: α= 0.05

A1	A2	A3	A4
9.6	10.6	10.8	10.4
10.0	10.5	11.4	10.6
10.4	10.7	10.8	10.2

(3):棄却域を定めます
データ総数(n)=(12),要因Aの水準数=(4)
全自由度: $\phi_T = 12 - 1 = 11$
因子Aの自由度: $\phi_A = 4 - 1 = 3$
誤差の自由度: $\phi_E = 11 - 3 = 8$
棄却域: $\boldsymbol{F > F(\phi_A, \phi_E; \alpha) = F(3, 8; 0.05) = 4.07}$

(5): H_0を棄却する・しないの判定
F_0 =(6.30) は棄却域に(ある ない)

どっちですか？

(●)$F = F_0$が棄却域にあるので、H_0を棄却する ⇒ H_1は正しいと言える
( )$F = F_0$が棄却域にないので、H_0は棄却できない ⇒ H_1は正しいかどうか何も言えない

(4)分散分析表を作成し、検定統計量を求めます。

★超重要

要因	(a)平方和 S		(b)自由度 φ		(c)平均平方(分散) V=S/φ	(d)F_0 =V_A/V_E	(d),(e)の大小比較	(e)棄却域の下限
A(因子)	1.56	÷	3	=	0.52	6.30	>	4.07
E(誤差)	0.66	÷	8	=	0.0825			
計	2.22		11					

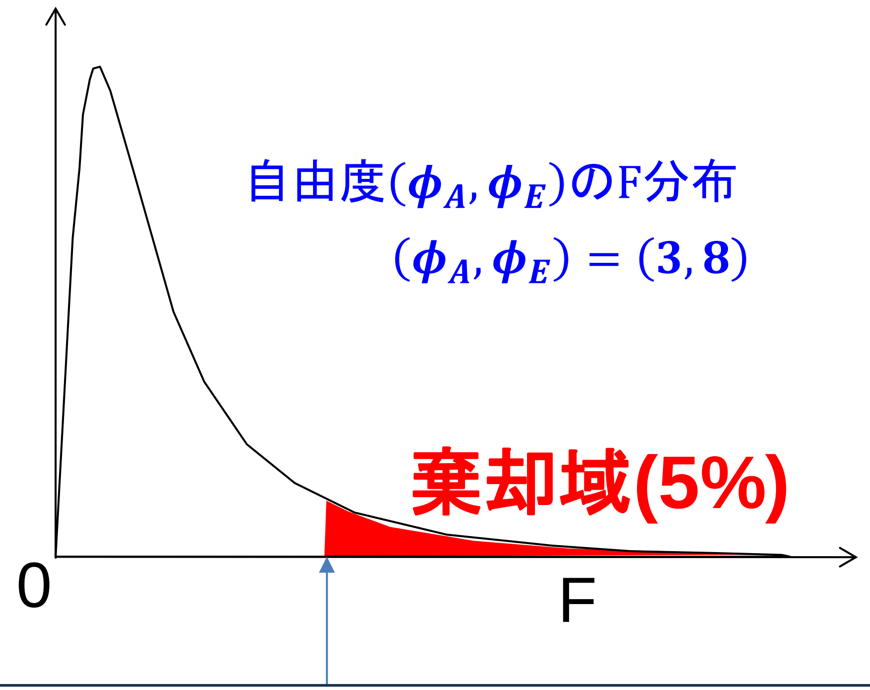
検定統計量

(p160.1f) [C10-2]分散分析の基礎: F分布表

F分布:

P= 0.05

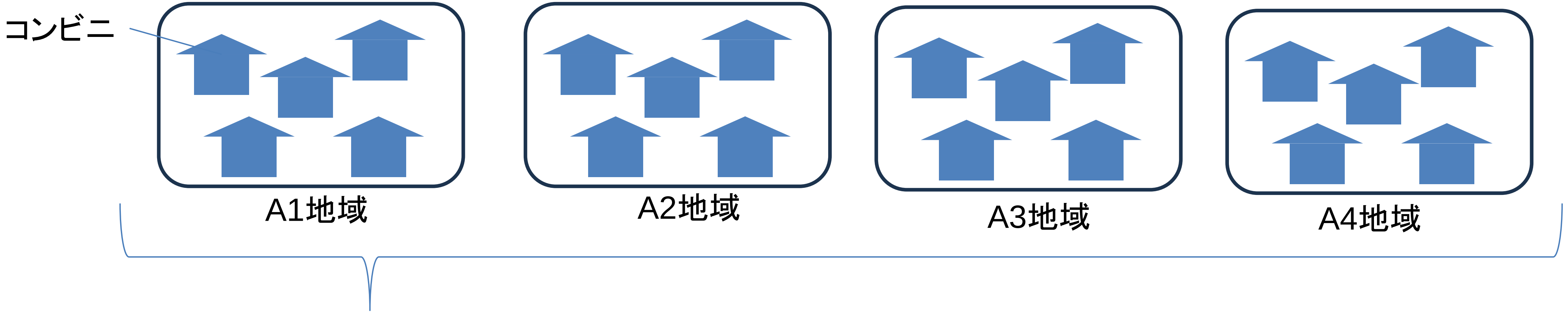
		ϕ1							
		1	2	3	4	5	6	7	8
ϕ2=	1	161.45	199.50	215.71	224.58	230.16	233.99	236.77	238.88
	2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37
	3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85
	4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04
	5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82
	6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15
	7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73
	8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44
	9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23
	10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07
	11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95
	12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85



$F(\phi_A, \phi_E; \alpha) = F(3, 8; 5\%)$ $= 4.07$

(p160.2) [C10-2]問1. 一元配置分散分析の基本

[1]:ABランク
[2]:ABランク
[3]:ABランク



地域ごとの売上げに違いがあるか、
を1元配置分散分析で調べる

売上げ

地域	A1	A2	A3	A4
5店舗 (繰り返し=5)				

Q: 以下の自由度はいくらでしょう？

全自由度: $\phi_T = 4 \times 5 - 1 = 19$

因子Aの自由度: $\phi_A = 4 - 1 = 3$ （ア）

誤差の自由度: $\phi_E = 19 - 3 = 16$ （イ）

公式：
全自由度(ϕ_T) = データ総数 $- 1$
因子Aの自由度(ϕ_A) = 水準数 $- 1$
誤差の自由度$(\phi_E) = \phi_T - \phi_A$

(p160.3) [C10-2]問1[1][2]. 一元配置分散分析の基本

[1]:ABランク
[2]:ABランク
[3]:ABランク

分散分析表　⇒(ウ)、(エ)、(オ)を求めてください

要因	平方和S	自由度ϕ	平均平方V	F_0
A(因子)	0.2204	**(ア)　3**	**(ウ)　0.0735**	**(オ)　3.49**
E(誤差)	0.3370	**(イ)　16**	**(エ)　0.0211**	
計	0.5574	19	**0.0293**	

[2](答)は？　・・・　⑤

(公式)分散分析表@一元配置分散分析

要因	平方和S		自由度ϕ		平均平方V		F_0
A(因子)	S_A	÷	ϕ_A	＝	$V_A=S_A/\phi_A$		V_A/V_E
E(誤差)	S_E	÷	ϕ_E	＝	$V_E=S_E/\phi_E$		
計	S_T		ϕ_T				

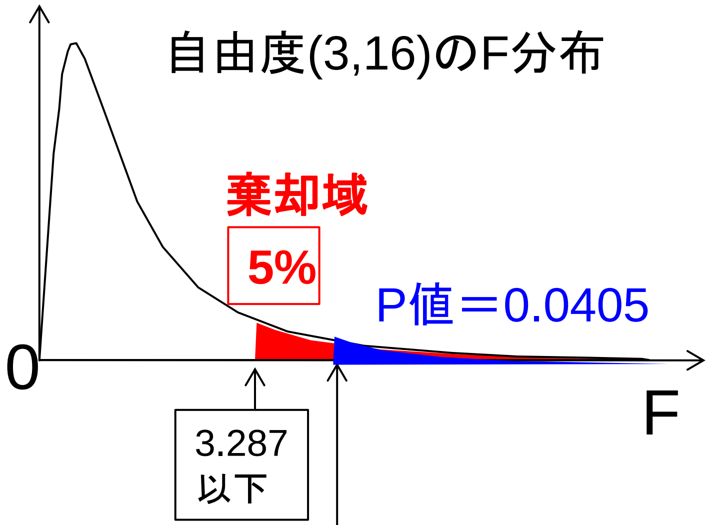
[1]不偏分散は？

$$\text{不偏分散} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\bar{X}\right)^2 = \frac{\text{偏差平方和}}{\text{自由度}} = \frac{S_T}{\phi_T} = \frac{0.5574}{19} = 0.0293$$

[1](答)①

(p160.4) [C10-2]問1[3]. 一元配置分散分析の基本

[1]:ABランク
[2]:ABランク
[3]:ABランク



F_0=3.49

帰無仮説　H_0:　売上は地域に依存しない (μ_1=μ_2= μ_3=･･･)
対立仮説　H_1:　売上は地域に依存する

Q: どちら？
- (μ_1,μ_2,...の少なくとも1つが異なる)⇒①②
- ~~(μ_1,μ_2,...の全てが異なる)⇒③④~~

検定統計量：F_0=3.49
有意水準：5%（[3]の問題文に記載）

Q: 帰無仮説H_0は棄却されますか？
(問題をよく見てください)

⇒棄却される
[3]の候補：①,③

P=　0.05

		ϕ1			
		1	2	3	4
ϕ2=	5	6.608	5.786	5.409	5.192
	10	4.965	4.103	3.708	3.478
	15	4.543	3.682	3.287	3.056
	20	4.351	3.493	3.098	2.866
	25	4.242	3.385	2.991	2.759
	30	4.171	3.316	2.922	2.690

（解法1）p160の分散分析表の右端のP値=0.0405 ＜0.05 (有意水準)

（解法2）自由度(3,16)の上側5%点･･･p203の表にはない
(3,15):3.287, (3,20):3.098 ⇒　この間にあるはず
F_0=3.49は、棄却域に入っている

⇒売上げは地域により
違いがあると言える

[3](答)①

済

(p163.1) [C10-2]問2. 平方和・自由度・結果の説明

[1]:BCランク
[2]:ABランク
[3]:Bランク

コンビニの売上高@〇年〇月

繰り返し

	2008年	2009年	・・・	2018年
1月				
2月				
・・・				
12月				

水準

コンビニの売上高@〇年〇月

水準

	2008年	2009年	・・・	2018年
1月				
2月				
・・・				
12月				

繰り返し

どちら？

「月ごとの売上高に差があるか？」を考えます

(p163.2) [C10-2]問2[2]. 平方和・自由度・結果の説明

[1]:BCランク
[2]:ABランク
[3]:Bランク

小問[1]は後回しにし、小問[2]自由度　を先にやりましょう

公式：
全自由度(ϕ_T) ＝ データ総数 − 1
因子Aの自由度(ϕ_A) ＝ 水準数 − 1
誤差の自由度(ϕ_E)＝ $\phi_T - \phi_A$

水準　水準数＝12

	1月	２月	･･･	12月
2008年				
2009年				
･･･				
2018年				

繰り返し
11年分

Q. 各自由度を求めてください

全自由度: ϕ_T	$12 \times 11 - 1 = 132 - 1 = 131$
因子A(月)の自由度: ϕ_A	(ア)$12 - 1 = 11$
誤差の自由度: ϕ_E	(イ) $131 - 11 = 120$

[2](答)③

(p163.3) [C10-2]問2[3]. 平方和・自由度・結果の説明

[1]:BCランク
[2]:ABランク
[3]:Bランク

p165 小問[3]を考えます

Q1: (問題分)Iの前半部分 は正しいですか？

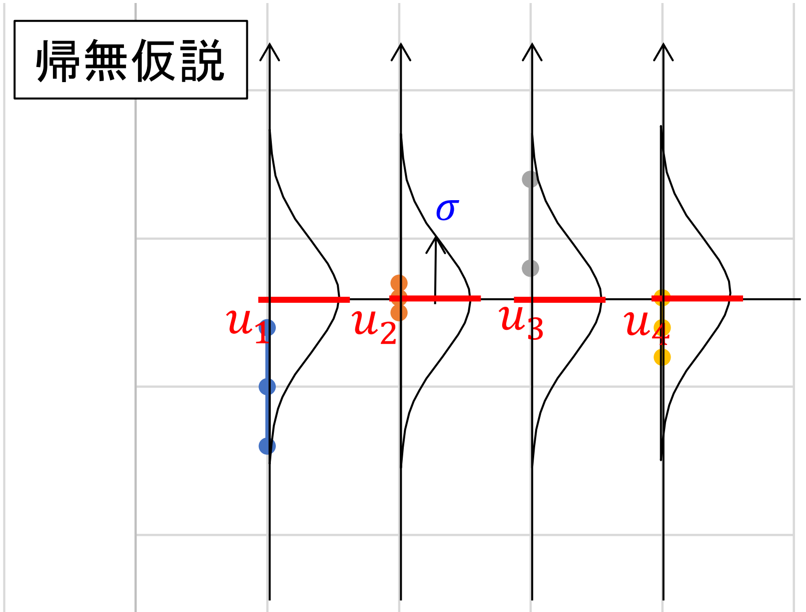
帰無仮説 H_0: u_1, u_2, u_3,...はすべて等しい (月毎の売上高に差がない)
対立仮説 H_1: u_1, u_2, u_3,...は~~すべて~~が異なる(月毎の売上高が~~すべて~~異なる)

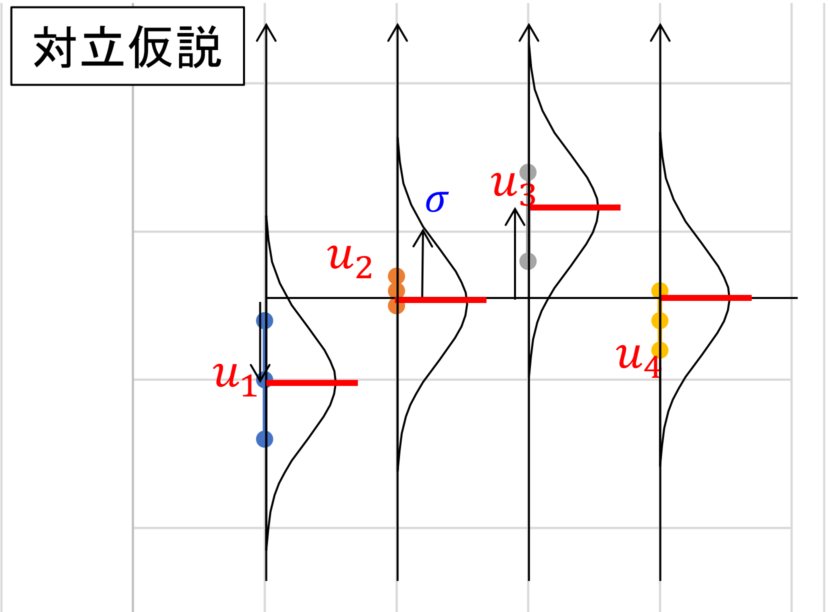
⇒ Iは間違い

対立仮説 H_1: u_1, u_2, u_3,...は少なくとも1つが異なる (月毎の売上高が異なる月がある)

ならば、正しい

II,IIIの前半部分は、このようになっています

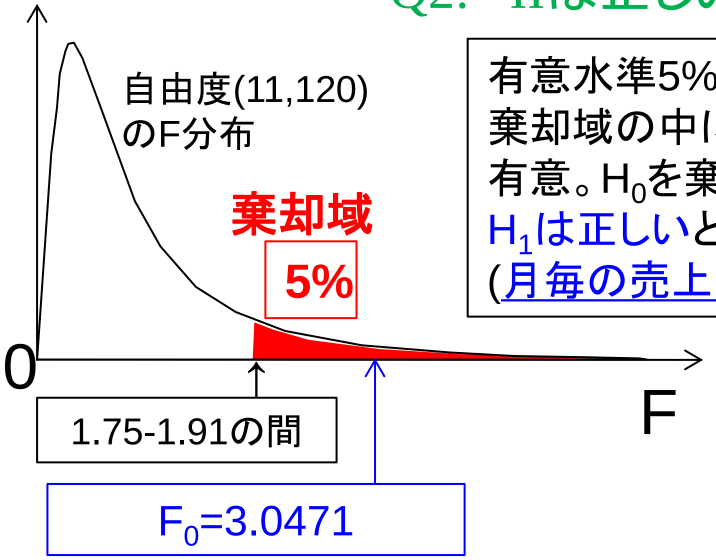




(p163.4) [C10-2]問2[3]. 平方和・自由度・結果の説明

[1]:BCランク
[2]:ABランク
[3]:Bランク

Q2:　IIは正しいですか？



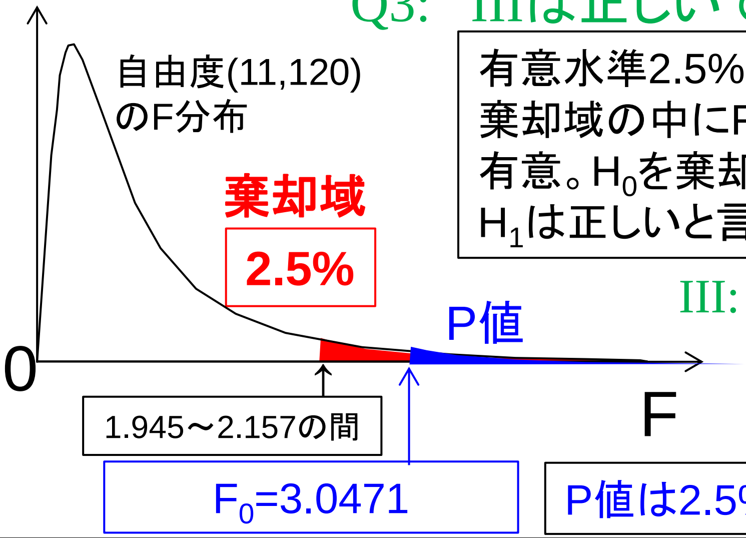
有意水準5%で
棄却域の中にF値がある
有意。H_0を棄却する
H_1は正しいと言える
(月毎の売上高に差ある)

II:間違い

F分布:
P= 0.05

	φ1 1	8	9	10	15	20
φ2= 5	6.608	4.818	4.772	4.735	4.619	4.558
10	4.965	3.072	3.020	2.978	2.845	2.774
15	4.543	2.641	2.588	2.544	2.403	2.328
20	4.351	2.447	2.393	2.348	2.203	2.124
25	4.242	2.337	2.282	2.236	2.089	2.007
30	4.171	2.266	2.211	2.165	2.015	1.932
40	4.085	2.180	2.124	2.077	1.924	1.839
60	4.001	2.097	2.040	1.993	1.836	1.748
120	3.920	2.016	1.959	1.910	1.750	1.659

Q3:　IIIは正しいですか？



有意水準2.5%で
棄却域の中にF値がある
有意。H_0を棄却する
H_1は正しいと言える

III:　正しい

P値は2.5%より小さい

F分布:
P= 0.025

	φ1 1	8	9	10	15	20
φ2= 5	10.007	6.757	6.681	6.619	6.428	6.329
10	6.937	3.855	3.779	3.717	3.522	3.419
15	6.200	3.199	3.123	3.060	2.862	2.756
20	5.871	2.913	2.837	2.774	2.573	2.464
25	5.686	2.753	2.677	2.613	2.411	2.300
30	5.568	2.651	2.575	2.511	2.307	2.195
40	5.424	2.529	2.452	2.388	2.182	2.068
60	5.286	2.412	2.334	2.270	2.061	1.944
120	5.152	2.299	2.222	2.157	1.945	1.825

I:　間違い
II:　間違い
III:　正しい

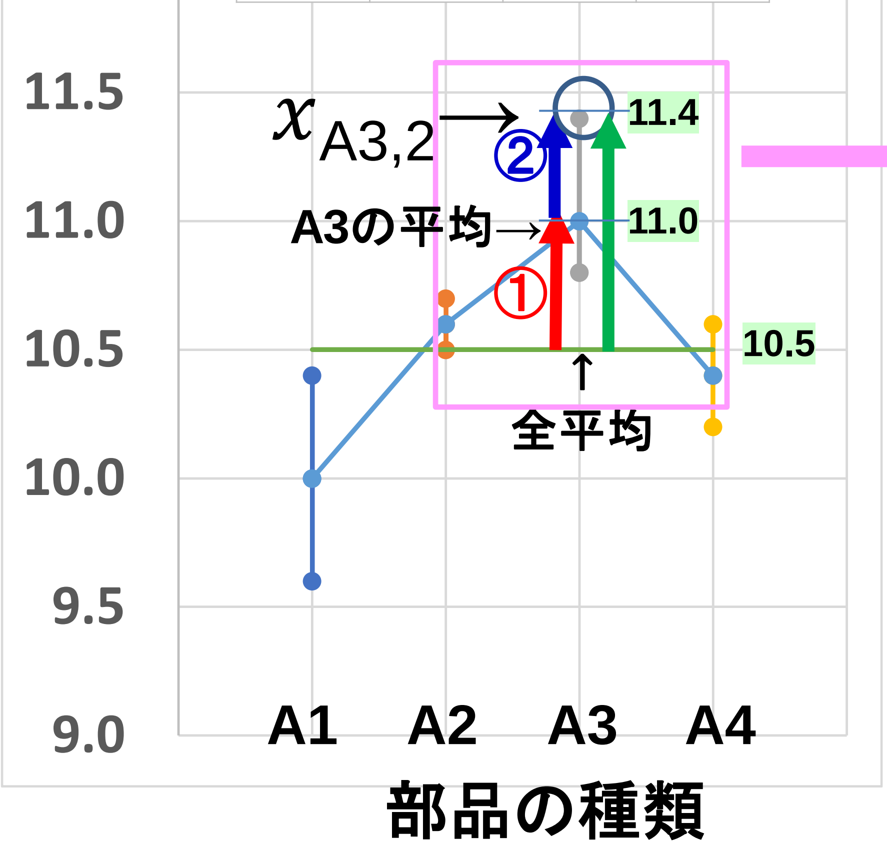
[3](答)IIIのみ正しい
⇒[3](答) ③

(p163.5)[C10-2]問2[1]. 平方和・自由度・結果の説明

[1]:BCランク
[2]:ABランク
[3]:Bランク

p164 小問[1]を考えます

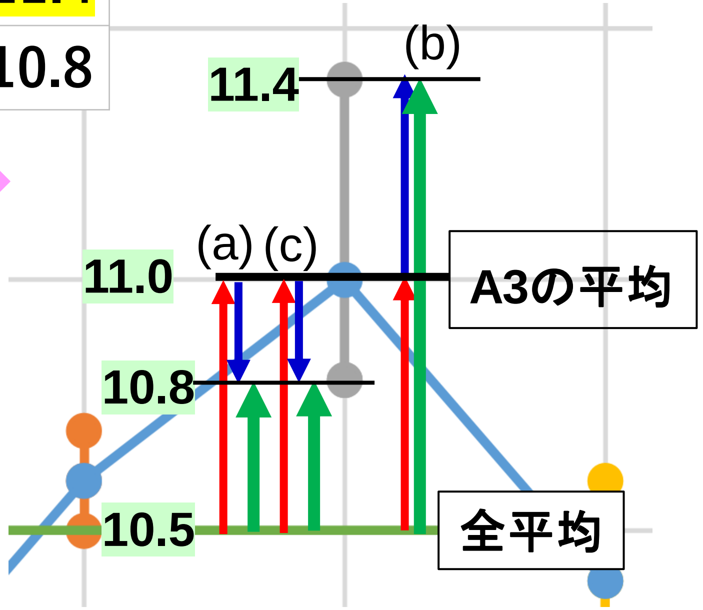
A1	A2	A3	A4
9.6	10.6	10.8	10.4
10.0	10.5	11.4	10.6
10.4	10.7	10.8	10.2

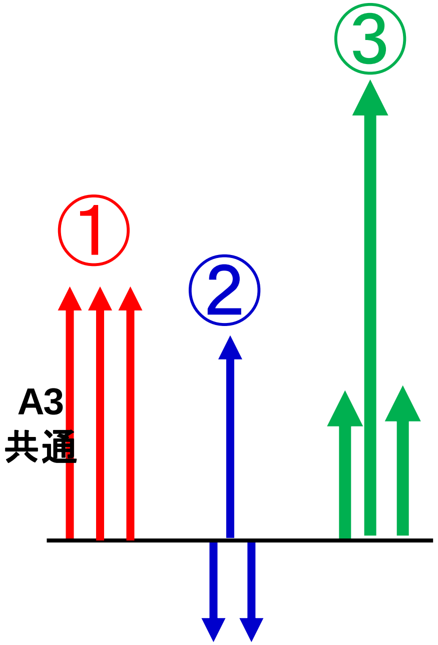


拡大

A3
(a)10.8
(b)11.4
(c)10.8

「(b)11.4」だけでなく、
他でも((a),(c)でも)
分解してみます。





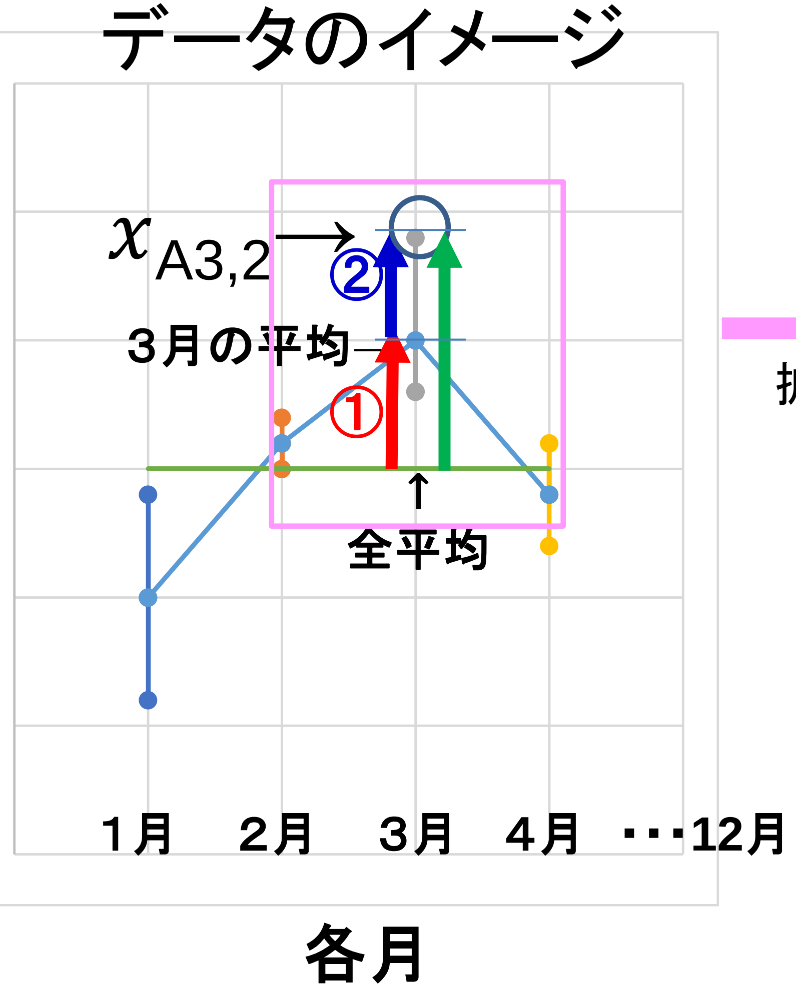
全平方和:$S_T = S_A + S_E$

① A間平方和 $S_A = \Sigma①^2$

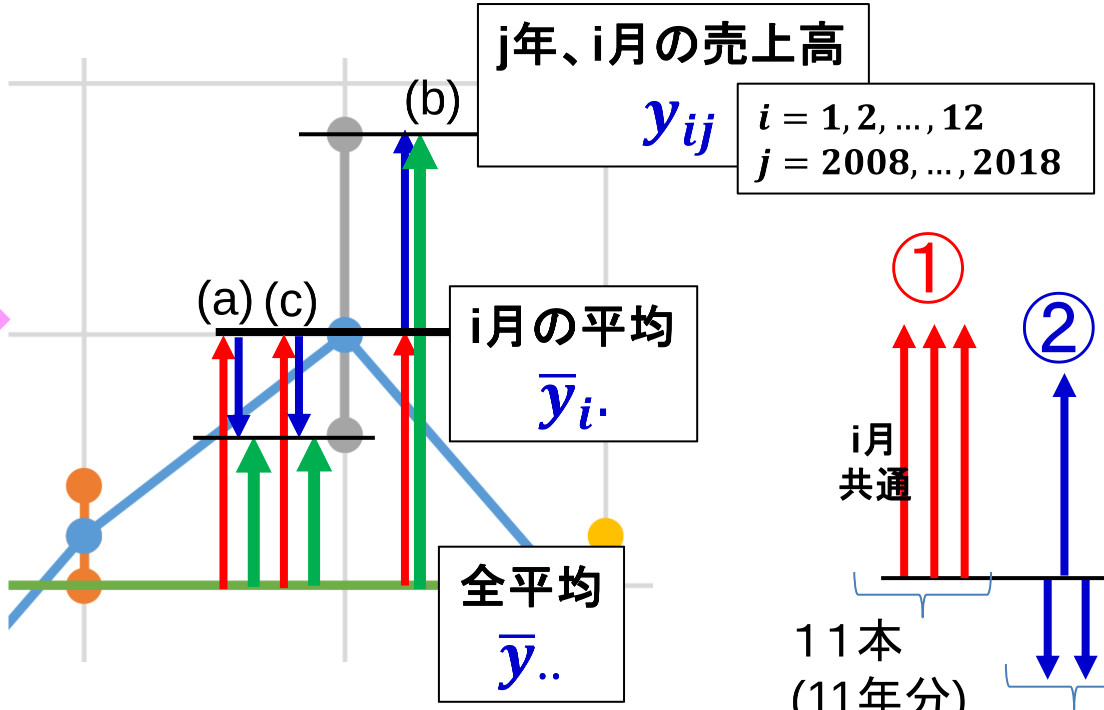
② 誤差平方和 $S_E = \Sigma②^2$

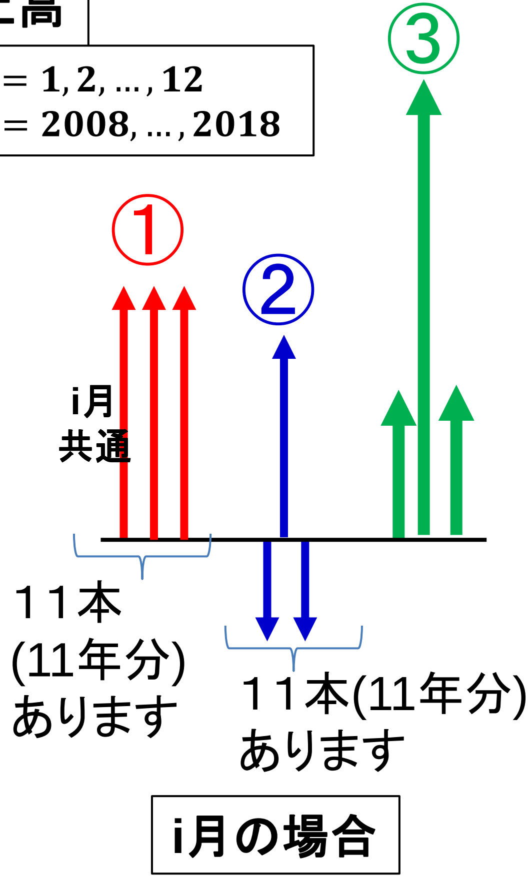
(p163.6)[C10-2]問2[1]. 平方和・自由度・結果の説明

[1]:BCランク
[2]:ABランク
[3]:Bランク



拡大





y_{ij}

$\bar{y}_{i\cdot}$

$\bar{y}_{\cdot\cdot}$

② 誤差平方和 $S_E = \sum_{i=1}^{12} \sum_{j=2008}^{2018} (y_{ij} - \bar{y}_{i\cdot})^2$

① A間平方和: $S_A = \sum_{i=1}^{12} \sum_{j=2008}^{2018} \boxed{(\bar{y}_{i\cdot} - \bar{y}_{\cdot\cdot})^2} = \sum_{i=1}^{12} 11(\bar{y}_{i\cdot} - \bar{y}_{\cdot\cdot})^2$

年(j)には依存しない⇒11倍

[1](答)①

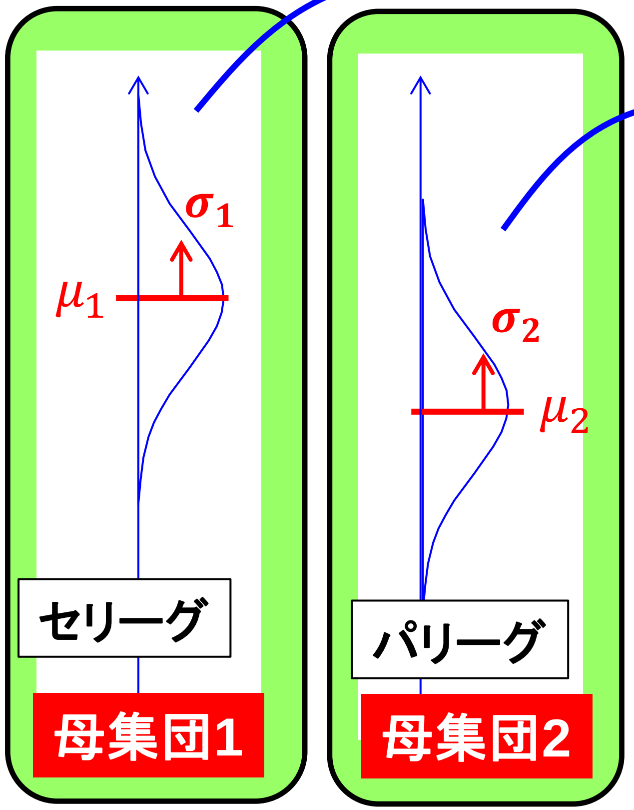
済

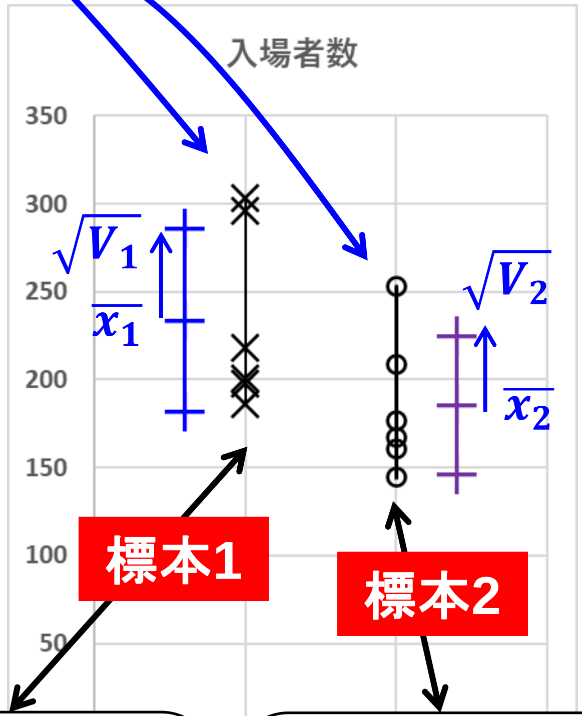
(p168.1)[C10-2]問3[1].母平均の差の検定と一元配置分散分析

[1]Bランク
[2]BCランク

(p116)[C8]問6. 母平均の差の検定

抽出





分散：$\sigma_1^2 \fallingdotseq \sigma_2^2$
とします。

セリーグ
$x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n_1}$
標本平均: $\overline{x_1}$,
不偏分散: V_1
サンプルサイズn_1
平方和: $S_1 = (n_1 - 1)V_1$

パリーグ
$x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2n_2}$
標本平均: $\overline{x_2}$,
不偏分散: V_2
サンプルサイズn_2
平方和: $S_2 = (n_2 - 1)V_2$

tは、自由度ϕのt分布に従う。

検定統計量：

$$t = \frac{(\overline{x_1} - \overline{x_2}) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{V\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} \sim t(\phi)$$

2つの不偏分散
$V_1, V_2 \Rightarrow$
合併した分散:
$$V = \frac{V_1\phi_1 + V_2\phi_2}{\phi_1 + \phi_2}$$

自由度:
$$\phi_1 = n_1 - 1,$$
$$\phi_2 = n_2 - 1$$
$$\Rightarrow \phi = \phi_1 + \phi_2 = n_1 + n_2 - 2$$

(p168.2)[C10-2]問3[1].母平均の差の検定と一元配置分散分析

[1]Bランク
[2]BCランク

(p116)[C8]問6. 母平均の差の検定

セリーグ:
標本平均: $\overline{x_1} = 233.7$
サンプルサイズ $n_1 = 6$
自由度: $\phi_1 = 6 - 1 = 5$
偏差平方和: $S_1 = 13549$
不偏分散: $V_1 = \dfrac{S_1}{\phi_1} = 13549/5$

パリーグ:
標本平均: $\overline{x_2} = 185.3$
サンプルサイズ $n_2 = 6$
自由度: $\phi_2 = 6 - 1 = 5$
偏差平方和: $S_2 = 7763$
不偏分散: $V_2 = \dfrac{S_2}{\phi_2} = 7763/5$

帰無仮説 H_0: $\mu_1 - \mu_2 = 0$
対立仮説 H_1: $\mu_1 - \mu_2 \neq 0$

合併した分散:

$$V = \frac{V_1\phi_1 + V_2\phi_2}{\phi_1 + \phi_2} = \frac{S_1 + S_2}{\phi_1 + \phi_2}$$

$$= \frac{13549 + 7763}{5 + 5} = 2131.2$$

帰無仮説が正しい時
($\mu_1 - \mu_2 = 0$)の検定統計量

$$t = \frac{(\overline{x_1} - \overline{x_2}) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{V\left(\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2}\right)}}$$

$$= \frac{233.7 - 185.3 - 0}{\sqrt{2131.2 \times \left(\dfrac{1}{6} + \dfrac{1}{6}\right)}} = \frac{48.4}{26.65} = 1.816$$

済

[1](答)④

(p168.3)[C10-2]問3[2].母平均の差の検定と一元配置分散分析

[1]Bランク
[2]BCランク

p169 小問[2]を考えます

8,9割を目指す方向けです
合格を目指す方は、
憶える必要はないです

方法1:　[1]の結果 : $t = 1.816$

p169, 下から3行目

$\Rightarrow F$値 $= t^2 = 1.816^2 = 3.298$　⇒(答)④

公式 :

●水準数が2の一元配置分散分析でのF値

●母平均の差の検定のt値
(2群の母分散が等しい場合)

$$\Rightarrow F = t^2$$

水準1	水準2

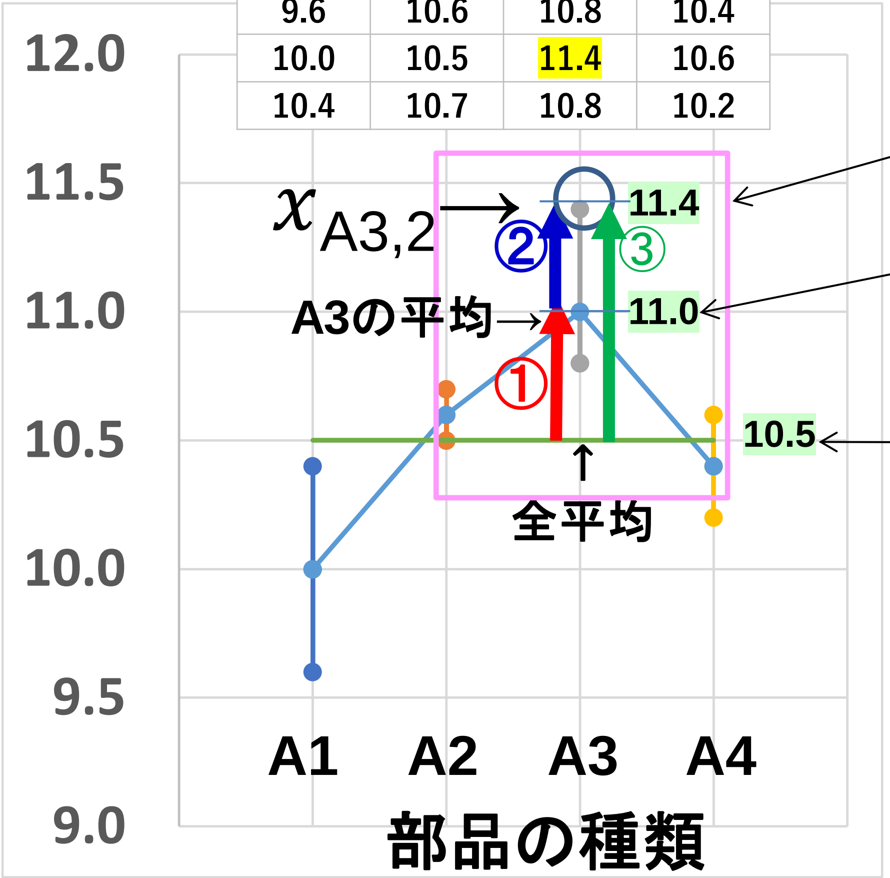
(p168.4)[C10-2]問3[2].母平均の差の検定と一元配置分散分析

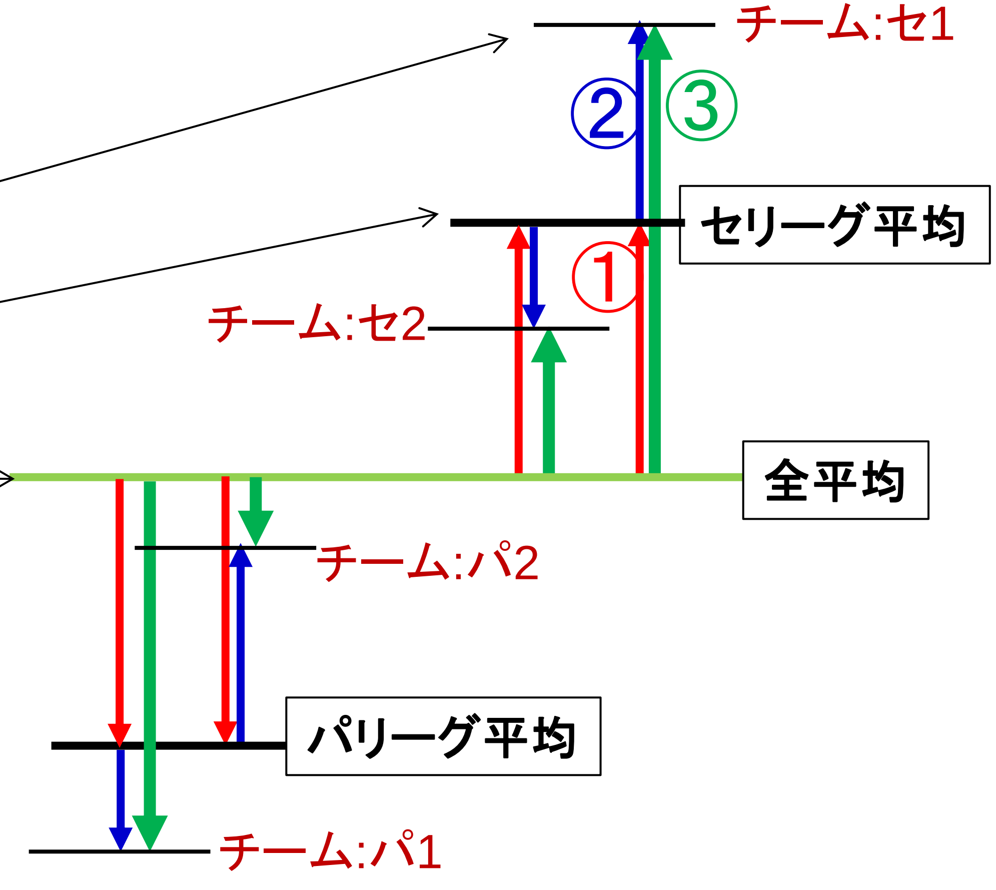
[1]Bランク
[2]BCランク

p169 小問[2]を考えます

方法2:　分散分析表を作って、F値を求めましょう。

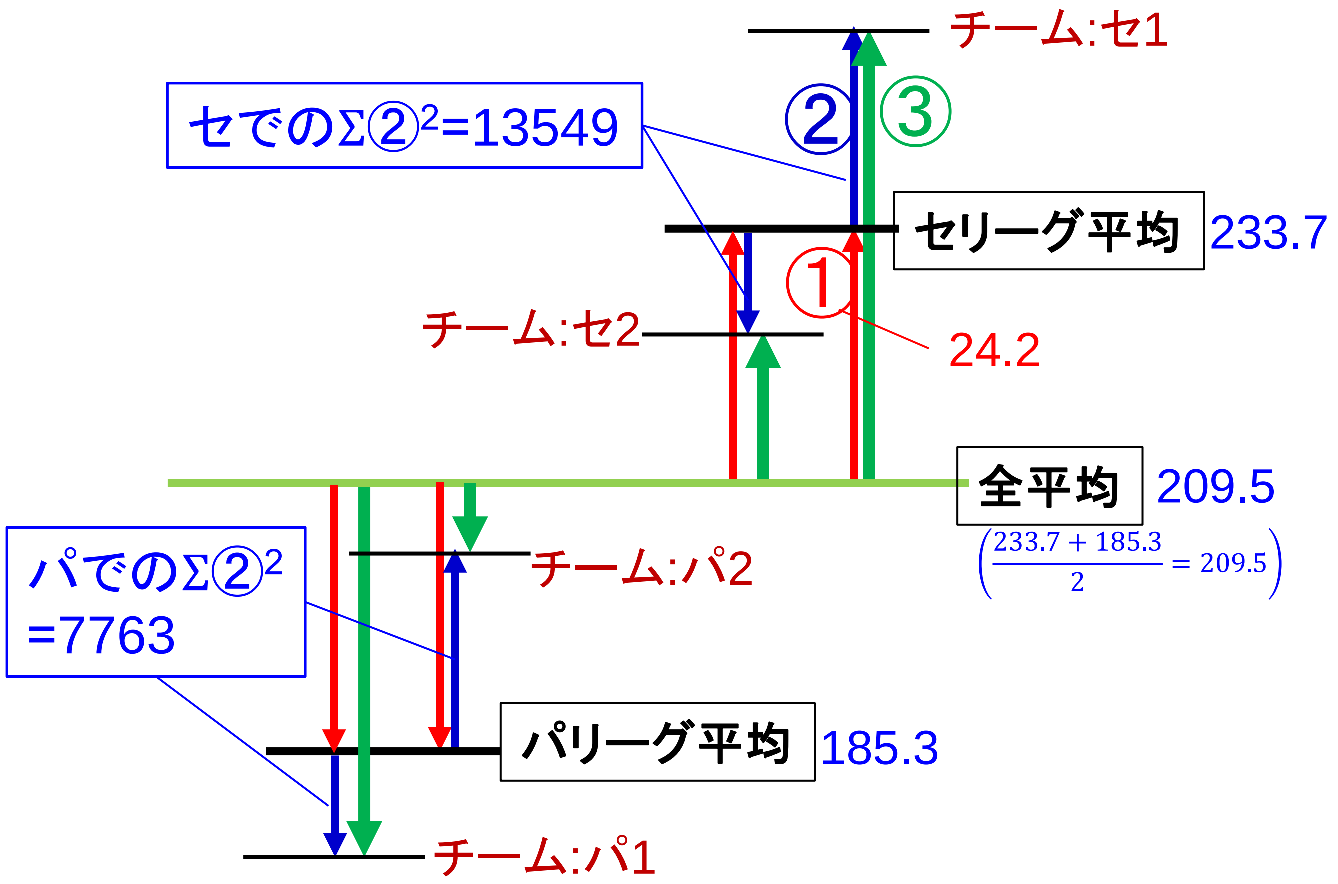
A1	A2	A3	A4
9.6	10.6	10.8	10.4
10.0	10.5	11.4	10.6
10.4	10.7	10.8	10.2





(p168.5)[C10-2]問3[2].母平均の差の検定と一元配置分散分析

[1]Bランク
[2]BCランク



分散分析を行う⇔分散分析表を作成

(a) A間平方和 S_A= Σ①^2

(b) 誤差平方和 S_E= Σ②^2

を求めます

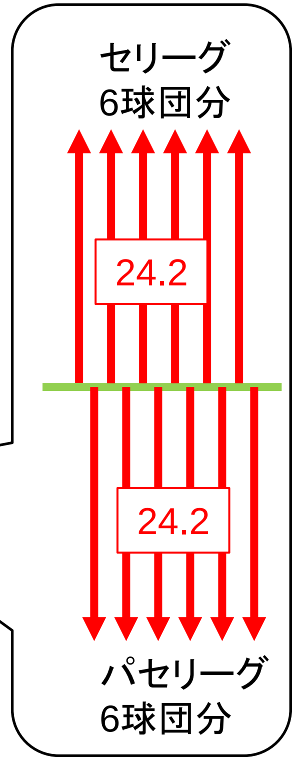
Q4 : (a),(b)はいくらでしょうか？

(a) A間平方和 S_A= Σ①^2

$= 24.2^2 \times 12 = 7027.68$

(b) 誤差平方和 S_E= Σ②^2

$= 13549 + 7763 = 21312$



Q1 :p168の表の、セリーグとパリーグの「平均」「偏差平方和」は、
この図で、どこに対応するでしょうか？

Q2 :全平均はいくらでしょうか？

Q3 :①はいくらでしょうか？

(p168.6)[C10-2]問3[2].母平均の差の検定と一元配置分散分析

[1]Bランク
[2]BCランク

	セリーグ	パリーグ
6球団		

全自由度: ϕ_T	12-1=11
因子Aの自由度: ϕ_A	2-1=1
誤差の自由度: ϕ_E	11-1=10

←自由度を求めてください。

公式：
$$全自由度(\phi_T) = データ総数 - 1$$
$$因子Aの自由度(\phi_A) = 水準数 - 1$$
$$誤差の自由度(\phi_E) = \phi_T - \phi_A$$

(p168.7)[C10-2]問3[2].母平均の差の検定と一元配置分散分析

[1]Bランク
[2]BCランク

分散分析表を完成し、F値を求めてください

要因	平方和S	自由度φ	平均平方V	F_0
A(因子)	7027.7	1	7027.7	[2] 3.30
E(誤差)	21312	10	2131.2	
計		11		

(公式)分散分析表@一元配置分散分析

要因	平方和S		自由度φ		平均平方V	F_0
A(因子)	S_A	÷	ϕ_A	=	$V_A=S_A/\phi_A$	V_A/V_E
E(誤差)	S_E	÷	ϕ_E	=	$V_E=S_E/\phi_E$	
計	S_T		ϕ_T			

[2](答)④

済

(p168.8a)[C10-2](補足)問3.母平均の差の検定と一元配置分散分析

セリーグ	パリーグ

リーグ毎の
入場者数に
違いがあるか？

[1]
2集団の母平均の差の検定

④ t値＝1.82

P値=0.09985

[2]
一元配置分散分析

④ F値＝3.30

P値=0.09985

・別の検定
・結果も違う？
⇒棄却される
されないも違う？

結果を比べると
どうなるでしょう？

安心してください。 P値=0.09985は全く同じです。
⇒「帰無仮説が棄却される/されない」の結果は2つの手法で同じになります。

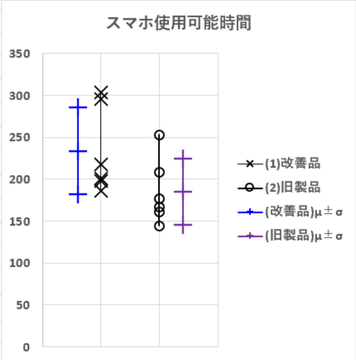
(p168.8b)[C10-2](補足)問3.母平均の差の検定と一元配置分散分析

218	209	■(1) α =有意水準	←■(1) α =有意水準
303	177	0.05	
198	167	■(2) μ_1-μ_2 の比較値	■(2) μ_1-μ_2 : 母平均差の比較値
296	145	0	
201	161	■(3)データの説明	←■(3) データの説明
186	253	スマホ使用可能時間	
		■(4)データ1の説明	←■(4)データ1の説明(属性など)
		改善品	
		■(5)データ2の説明	←■(5)データ2の説明(属性など)
		旧製品	
		■■■■■■■■■	入力参照は↑ここまで
		以降は、使用しません	
		メモ等として使用可です	
		左のA列(1列目)がデータ1	
		左のB列(2列目)がデータ2	
		の順でデータを	
		入れてください	
		本データは、	
		検定シート番号	
		§5b	
		に使えます	

標本(データ)より↓ ↓手入力時のみ(上級者用) ↓分析に使う値

	データ1	データ2	データ1	データ2	データ1	データ2
	改善品	旧製品	改善品	旧製品	改善品	旧製品
(*)サンプルサイズ(n)=	6	6			6	6
(*)平均(x(bar))	233.666667	185.333333			233.666667	185.333333
(*)不偏分散(V)	2709.86667	1552.66667			2709.86667	1552.66667
⇒標準偏差	52.0563797	39.4038915	手入力不可			
max	303	253	手入力不可			
min	186	145	手入力不可			
不偏分散の比	(デ1/デ2=)	1.74529841	手入力不可			
⇒標準偏差の比	(デ1/デ2=)	1.32109743	手入力不可			

(*):検定推定で使用。　他は、図にて使用



5b. 母平均差の検定・推定($\sigma_1^2 \fallingdotseq \sigma_2^2$)

本シートのデータの説明：

●ステップ1ーーーーー: 仮説をたてる

帰無仮説 H_0: μ_1-μ_2 = 0

対立仮説 H_1: μ_1-μ_2 ≠ 0 ←(2)で入力済

↑「≠, <, >」の3種から選んでください。

Case: 1 (Case (1):≠、(2):<、(3):>)

●ステップ2ーーーーー: 有意水準を設定する

有意水準 α = 0.05 ←(1)で入力済

●ステップ3ーーーーー: 棄却域を設定する

		データ1	データ2
サンプルサイズ	n_1,n_2 =	6	6
自由度	ϕ_1,ϕ_2 =	5	5
全自由度		10	
棄却域	t:	-2.22814	2.2281389
		(以下)	(以上)

(右上図の青の領域を確認ください)

●ステップ4ーーーーー: 検定統計量を求める

不偏分散	V_1,V_2 =	2709.867	1552.6667
平均の差	x1(bar)-x2(bar)	48.33333	
合併した分散		2131.267	
	$\sqrt{(V(1/n_1+1/n_2))}$	26.65375	
検定統計量	t_0 =	1.81338	

(右上図の赤線の位置を確認ください)

●ステップ5ーーーーー: 検定・推定を行う

検定： 検定統計量は棄却域に ないので

帰無仮説 H_0:「μ_1-μ_2 = 0」は 棄却できない

対立仮説 H_1:「μ_1-μ_2 ≠ 0」は 正しいかどうか何も言えない

P値= 0.09985 ⇔ α: 0.05

(別解)P値はα(有意水準)より大きいのでH0を棄却できない

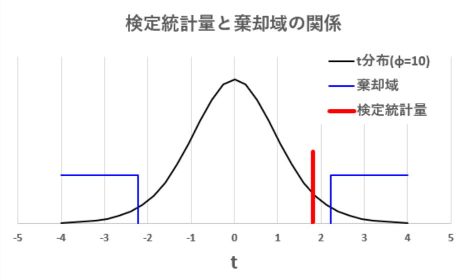
推定： μ_1-μ_2

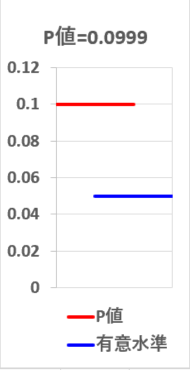
(信頼率=0.95) 点推定 48.3333

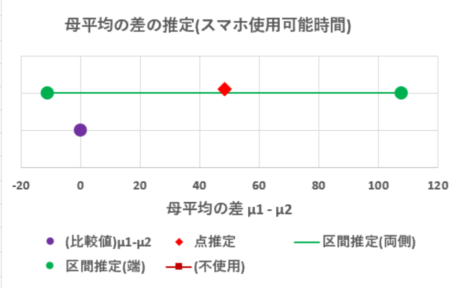
区間推定(両側) -11.055 107.7216

(下限) (上限)

母平均差の検定推定(σ1≒σ2)

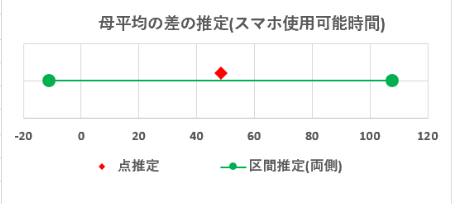






↑推定の結果(比較値有)

↓推定の結果(比較値無)



①(母平均の差@2集団の検定で行った場合)P値=0.09985

(p168.8c)[C10-2](補足)問3.母平均の差の検定と一元配置分散分析

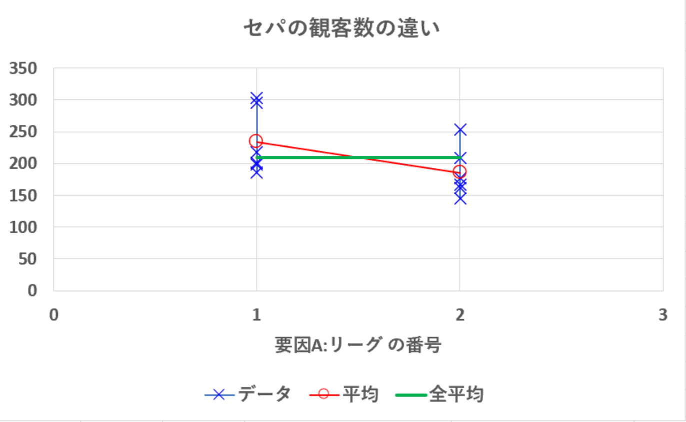
	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
繰返し番号	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
1	218	209						
2	303	177						
3	198	167						
4	296	145						
5	201	161						
6	186	253						
7								
8								
9								
10								
11								
12								
13								
14								
15								

←(あれば)水準の名前

■(1) α =有意水準 0.05	←■(1) α =有意水準
■(2)データの説明 セパの観客数の違い	←■(2) データの説明
■(3)要因Aの説明 リーグ	←■(3)要因Aの説明 (例:部品の種類)
■■■メモ	←左の領域はメモ として使用可です。

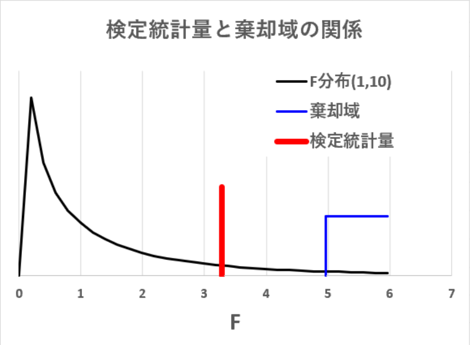
これより下側に張り付けないでください！

(注)本シートが使える条件
・水準の数：８個まで
・繰返し数：15回まで



§6a. 一元配置分散分析

本シートのデータの説明：



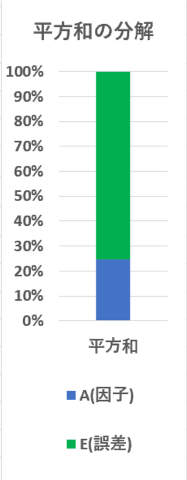
●ステップ１ーーーーー:　仮説をたてる
帰無仮説　H_0: $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \cdots$（要因Aの効果はない）
対立仮説　H_1: H_0 の等号の少なくとも1つが不等号(要因Aの効果はある)

●ステップ２ーーーーー:　有意水準を設定する
有意水準　α ＝ 0.05 ←(1)で入力済

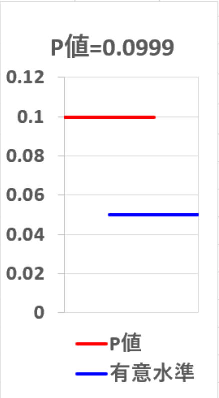
●ステップ３ーーーーー:　分散分析表を作成する
（棄却域を設定する＆検定統計量を求める⇒右図参照）

分散分析表　↓検定統計量　↓(1:効果あり、0:無)

要因	平方和	自由度	平均平方	F_0値	棄却域(下限)	P値	判定	効果
A(因子)	7008.333	1	7008.333333	3.2883	4.9646	0.09985	0	無
E(誤差)	21312.667	10	2131.266667	ーーーー	ーーーー	ーーーー	ーーーー	ーーーー
計	28321.000	11	ーーーー	ーーーー	ーーーー	ーーーー	ーーーー	ーーーー



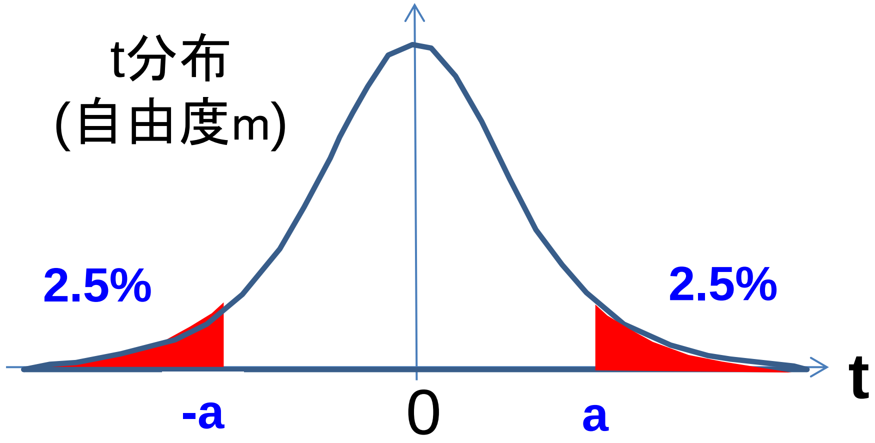
●ステップ５ーーーーー:　検定・推定を行う
検定：　検定統計量F_0値は棄却域に ないので
帰無仮説　H_0：「要因Aの効果はない」は　棄却できない
対立仮説　H_1：「要因Aの効果はある」　かどうか
何も言えない
P値＝　0.09985　⇔ α : 0.05
(別解)P値はα(有意水準)より 大きいのでH0を棄却できない

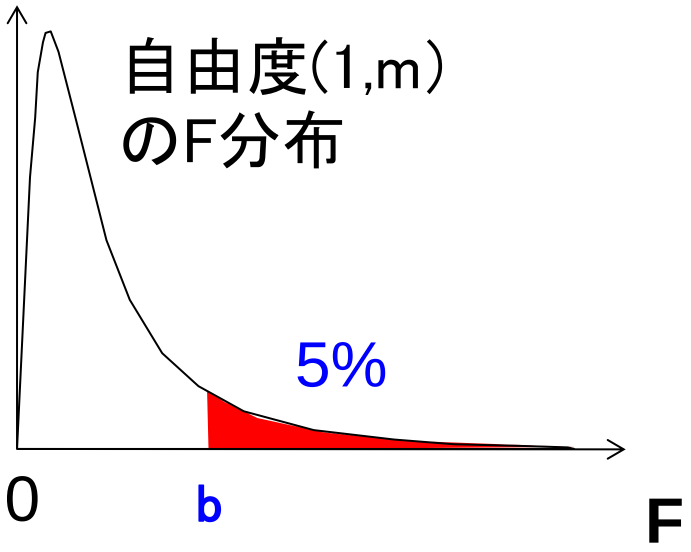


②(1元配置分散分析で行った場合)　P値=0.09985
①(母平均の差@2集団の検定で行った場合)P値=0.09985

一致しています

(p168.8d)[C10-2](補足)問3.母平均の差の検定と一元配置分散分析





|t|≧aとなる確率 = F≧bとなる確率 = 5%

下の空欄を埋めてください
(CBT問題集のp201,p203の表をお使いください)

自由度m	a	a^2		b
5	2.571	6.610	≒	6.608
10	2.228	4.964	≒	4.965
15	2.131	4.541	≒	4.543
20	2.086	4.351	≒	4.351

CBT問題集p169 の下から3行目：

自由度(1,m)のF値＝(自由度mのt値)^2

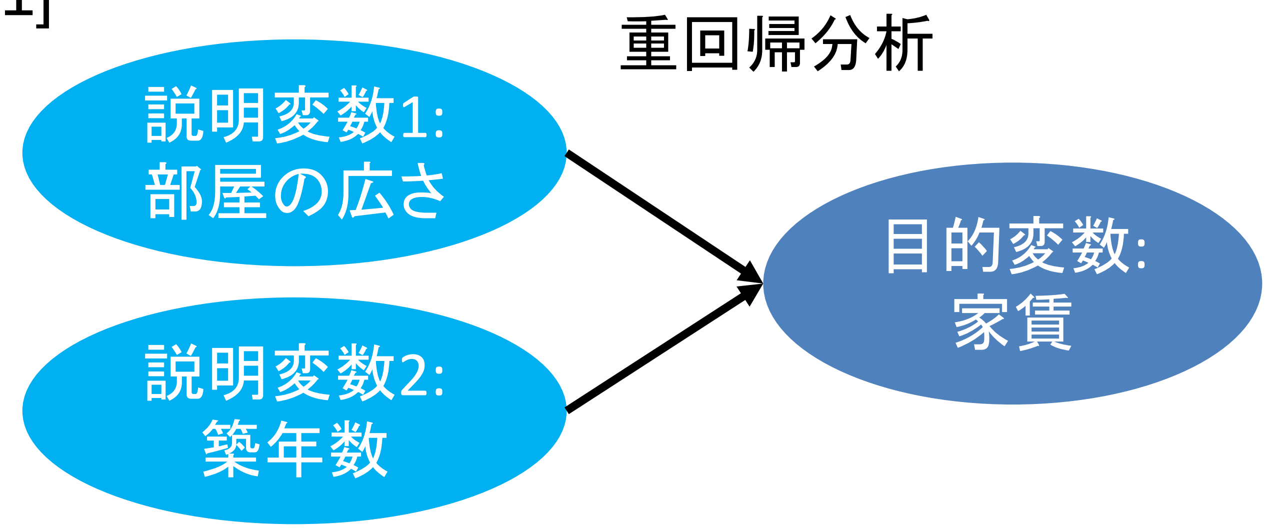
を確認していただきました。

より詳しくは、p92問8 の内容を使って一般化できます。

(p171.1)[C10-2]問4[1].重回帰モデルに対する分散分析

[1]Bランク
[2]Bランク

小問[1]



(注)
・「回帰」「分散分析」の知識が必要
・回帰の学習がまだの方は、
回帰の学習後に取り組んでください

要因	(a)平方和S	(b)自由度φ	(c)平均平方V	F_0
R(回帰)	103803	(ア) 2	(ウ)	(オ)
e(残差)	18146	185	(エ)	
計	121949	(イ)		

Q: この問題で、「回帰」の自由度はいくらでしょう？

(答) (ア) 2

公式：
回帰分析において、
説明変数がp個の時、
回帰の自由度=p

(p171.2)[C10-2]問4[1].重回帰モデルに対する分散分析

[1]Bランク
[2]Bランク

[1]

分散分析表を完成し、(オ)F値を求めてください

要因	(a)平方和S	(b)自由度φ	(c)平均平方V	F値
R(回帰)	103803	(ア) 2	(ウ) 51901.5	(オ)529.1
e(残差)	18146	185	(エ) 98.086	
計	121949	(イ)187		

(ア)2
(オ)529.1

⇒(答)[1]③

(公式)分散分析表

要因	平方和S	自由度φ	平均平方V	F_0
R(回帰)	S_R ÷	ϕ_R =	$V_R=S_R/\phi_R$	V_R/V_e
e(残差)	S_e ÷	ϕ_e =	$V_E=S_E/\phi_e$	
計	S_T	ϕ_T		

(p171.3)[C10-2]問4[2].重回帰モデルに対する分散分析

[1]Bランク
[2]Bランク

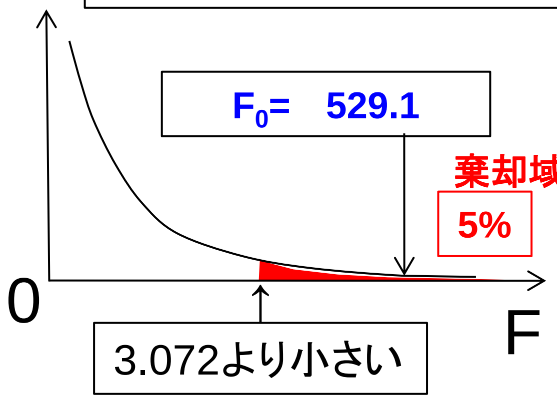
[2]

帰無仮説　H_0: 回帰は有意でない
対立仮説　H_1: 回帰は有意である

要因	(a)平方和S	(b)自由度φ	(c)平均平方V	F値
R(回帰)	103803	2	(ウ) 51901.5	529.1
e(残差)	18146	185	(エ) 98.086	
計	121949	187		

自由度(2,185)のF分布

答の候補:③のみ



F分布:

P= **0.05**

	φ1						
φ2=	1	2	3	4	5	6	7
5	6.608	5.786	5.409	5.192	5.050	4.950	4.876
10	4.965	4.103	3.708	3.478	3.326	3.217	3.135
15	4.543	3.682	3.287	3.056	2.901	2.790	2.707
20	4.351	3.493	3.098	2.866	2.711	2.599	2.514
25	4.242	3.385	2.991	2.759	2.603	2.490	2.405
30	4.171	3.316	2.922	2.690	2.534	2.421	2.334
40	4.085	3.232	2.839	2.606	2.449	2.336	2.249
60	4.001	3.150	2.758	2.525	2.368	2.254	2.167
120	3.920	3.072	2.680	2.447	2.290	2.175	2.087

検定推定量:F_0=529.1は棄却域にある
H_0:は棄却できる
H_1:は正しいと言える

p171の「出力結果」:
「大きさ」 のP値:　2×10^{-16}　より小さい
「築年数」のP値:　2×10^{-16}　より小さい
有意水準5%より小さい⇒回帰は有意
(H_0:は棄却できる、H_1:は正しいと言える)

・自由度(2,185)のF分布
・H_0:は棄却できる

(答)[2]③

済

(p171.4)[C10-2](補足)問4[1].重回帰モデルに対する分散分析

Rの結果に基づき、分散分析表を作成する方法　(p171の「出力結果」の下に記載の内容)

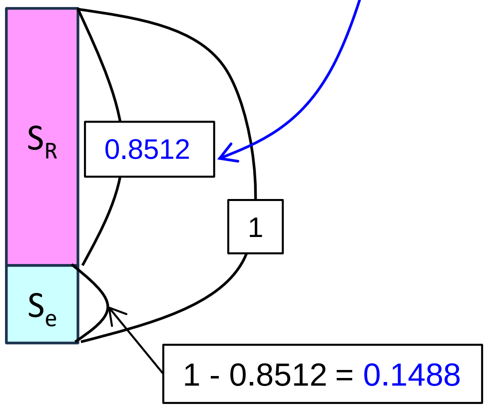
要因	(a)平方和 S	(b)自由度ϕ	(c)平均平方 $V=S/\phi$	F_0 $=V_R/V_e$
R(回帰)	(5)103803	2	(6) 51901.5	(7) 529.1
e(残差)	(3)18146 ÷	185 =	(2) 98.09	
計		187		

(4)決定係数(寄与率、重相関係数^2) =0.8512
(Multiple R-squared : 0.8512)
p171の出力結果の枠内の下から1行目

(1) 残差の標準誤差=9.904
(Residual standard error : 9.904 on 185 degrees of freedom)
p171の出力結果の枠内の下から2行目

回帰による平方和
103803

残差による平方和
18146



(2) 残差の平均平方(≒分散)
$=9.904^2=98.09$

(3) 残差の平方和: S_e
$=98.09\times185$
$=18146$

(5) 回帰の平方和: S_R
$S_R : S_e = 0.8512 : 0.1488$
$\Rightarrow S_R = S_e \times (0.8512/0.1488)$
$=18146 \times (0.8512/0.1488) = 103803$