

ひかり統計塾

統計検定 2 級
公式問題集(CBT対応版)の解説
カテゴリー7 (p94-105)
推定分野

統計検定2級 CBT問題集 PART.2 目次

ページ	カテゴリー	分野
24	1	1変数記述統計の分野
42	2	2変数記述統計の分野
52	3	データ収集の分野
58	4	確率の分野
66	5	確率分布の分野
78	6	標本分布の分野
94	7	推定の分野
106	8	検定の分野
126	9	カイ二乗検定の分野
126	9-1	適合度検定の分野
134	9-2	独立性検定の分野
142	10	線形モデルの分野
142	10-1	回帰分析の分野
160	10-2	分散分析の分野

(p94.0)

[C7]

[CATEGORY.7]

推定分野

(p94.1)[C7]問1. 推定値と標準誤差

(Bランク)

北海道 $N_1 = 4,542,000$ 人

母集団

野球を行った人の
割合(母比率) = p_1

$n_1 = 4633$ 人を抽出

$\hat{p}_1 = 0.071$

野球を
行った人

野球を行って
いない人

標本

$\hat{p}_2 = 0.092$

$n_2 = 2849$ 人を抽出

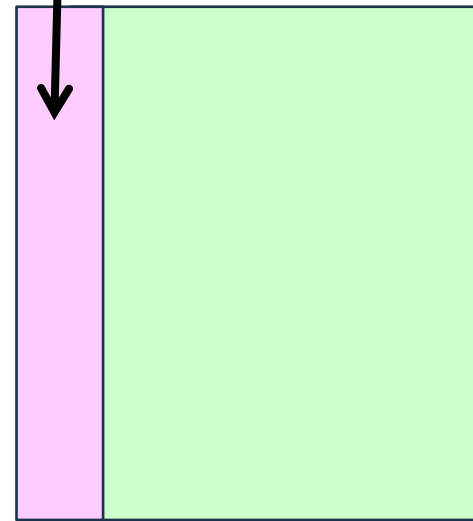
母集団

野球を行った人の
割合(母比率) = p_2

沖縄県 $N_2 = 1,150,000$ 人

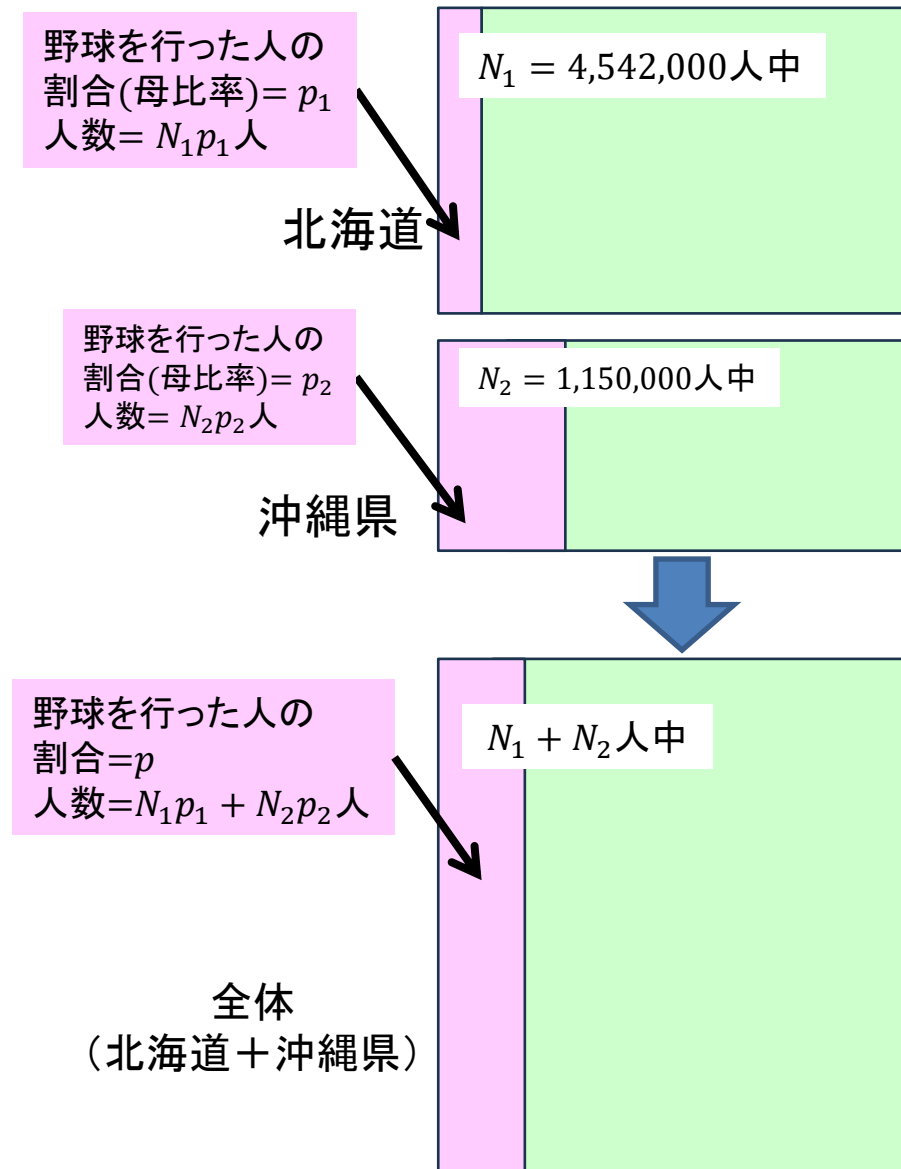
全体(北海道+沖縄県、15歳以上:約570万人)での
過去1年間に野球を行った人の
割合を知りたい

母比率 p の推定値、標準誤差を知りたい



(p94.2)[C7]問1. 推定値と標準誤差

(Bランク)



(1) 全体(北海道 + 沖縄県)の人数: $N_1 + N_2$

(2) 全体で野球を行っていた人の人数: $N_1 p_1 + N_2 p_2$

(1)の中での(2)の比率(全体で野球を行った人の割合):

$$p = \frac{N_1 p_1 + N_2 p_2}{N_1 + N_2}$$

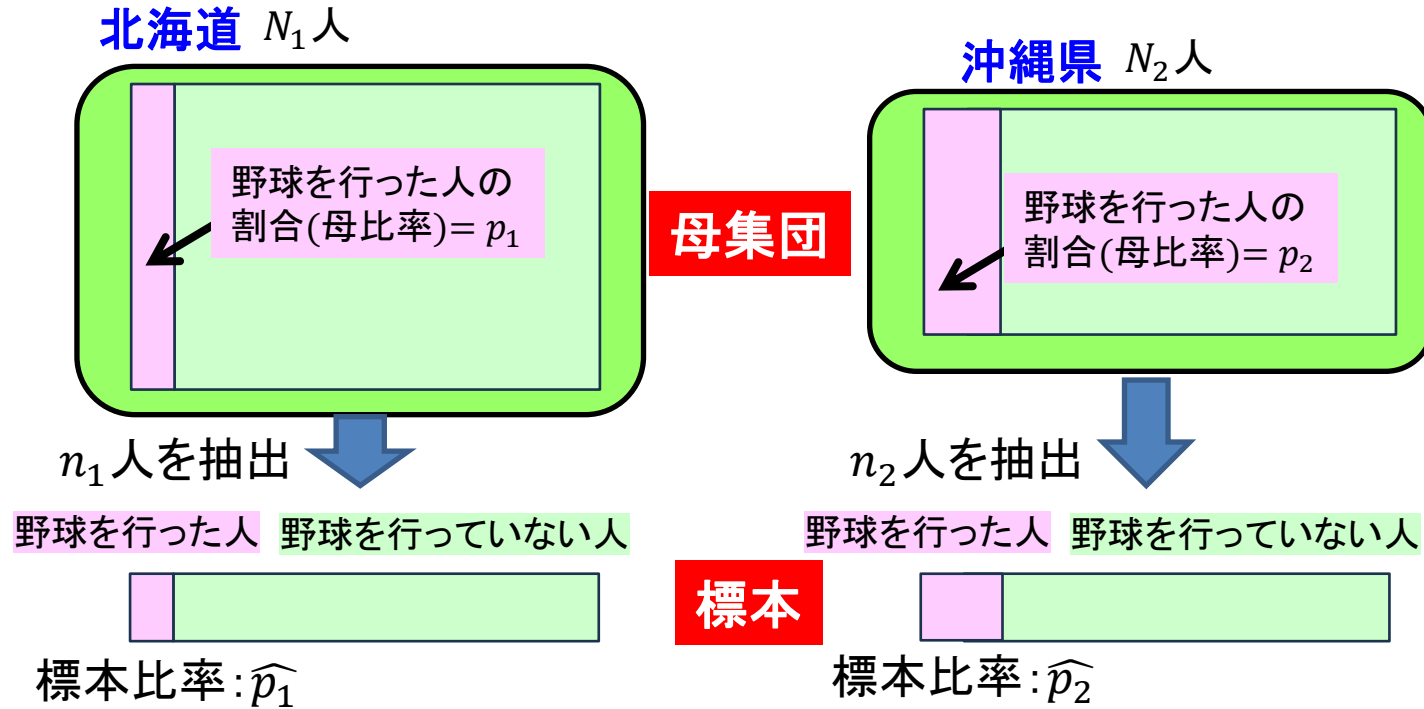
北海道での母比率: p_1 の推定値を \widehat{p}_1 、
沖縄県での母比率: p_2 の推定値を \widehat{p}_2 とすると、
全体 での母比率: p の 推定値 \widehat{p} は、

$$\widehat{p} = \frac{N_1 \widehat{p}_1 + N_2 \widehat{p}_2}{N_1 + N_2} \quad \text{に書けます}$$

(答)(ア)の部分の候補: ①②

(p94.3)[C7]問1. 推定値と標準誤差

(Bランク)



$$\hat{p}_1 \sim N\left(p_1, \frac{p_1(1-p_1)}{n_1}\right)$$

$$\hat{p}_2 \sim N\left(p_2, \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}\right)$$

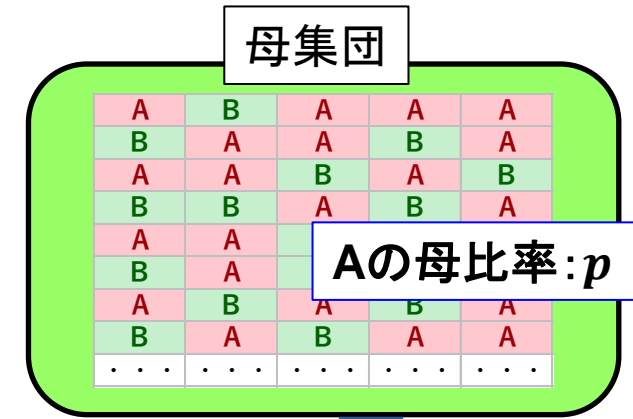
全体での

母比率の推定値:

$$\hat{p} = \frac{N_1 \hat{p}_1 + N_2 \hat{p}_2}{N_1 + N_2} = \frac{N_1}{N_1 + N_2} \hat{p}_1 + \frac{N_2}{N_1 + N_2} \hat{p}_2$$

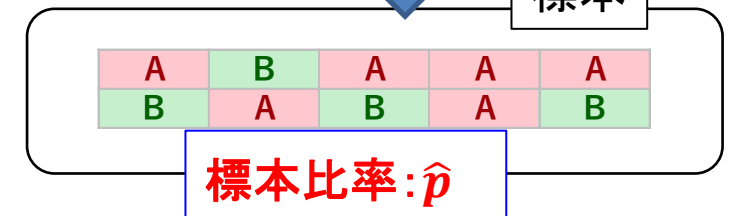
$\Rightarrow \hat{p}$ はどんな分布に従う?

公式: 母比率と標本比率の関係



関連問題:
p72, 問4
p74, 問5
p78, 問1

サンプルサイズ
 n の標本を抽出



$$\hat{p} \sim N\left(p, \frac{p(1-p)}{n}\right)$$

(p94.4)[C7]問1. 推定値と標準誤差

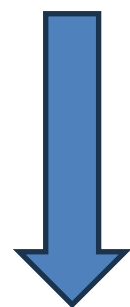
(Bランク)

北海道と沖縄県全体で、野球をやった人の比率は、

$N_1 = 4,542,000$ 人

$N_2 = 1,150,000$ 人

$$\hat{p} = \frac{N_1}{N_1 + N_2} \hat{p}_1 + \frac{N_2}{N_1 + N_2} \hat{p}_2 = A \hat{p}_1 + B \hat{p}_2 \quad \text{但し、} A = \frac{N_1}{N_1 + N_2}, B = \frac{N_2}{N_1 + N_2} \quad (A, B: \text{定数})$$



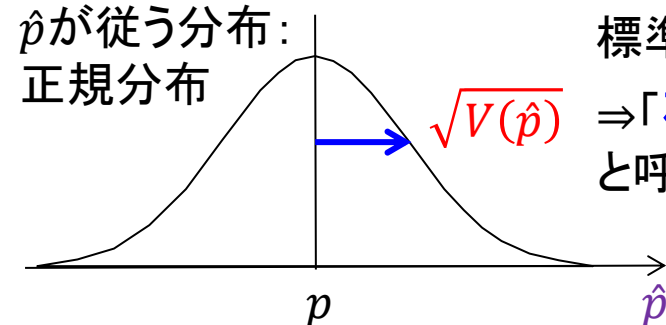
$$\begin{aligned} \hat{p}_1 &\sim N\left(p_1, \frac{p_1(1-p_1)}{n_1}\right) & \hat{p}_2 &\sim N\left(p_2, \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}\right) \\ \text{分散: } V(\hat{p}_1) &= \frac{p_1(1-p_1)}{n_1} & \text{分散: } V(\hat{p}_2) &= \frac{p_2(1-p_2)}{n_2} \end{aligned}$$

(公式) 確率変数 X, Y が独立な時、
 $V(X + Y) = V(X) + V(Y)$
 $V(aX) = a^2 V(X)$ (a : 定数)

$$\text{分散: } V(\hat{p}) = V(A\hat{p}_1 + B\hat{p}_2) = V(A\hat{p}_1) + V(B\hat{p}_2) = A^2 V(\hat{p}_1) + B^2 V(\hat{p}_2)$$

$$= \left(\frac{N_1}{N_1 + N_2}\right)^2 V(\hat{p}_1) + \left(\frac{N_2}{N_1 + N_2}\right)^2 V(\hat{p}_2) = \left(\frac{N_1}{N_1 + N_2}\right)^2 \frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \left(\frac{N_2}{N_1 + N_2}\right)^2 \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}$$

\hat{p} が従う分布:
正規分布



標準偏差:
 \Rightarrow 「標準誤差」
と呼びます

$$\text{標準誤差} = \sqrt{V(\hat{p})} = \sqrt{\left(\frac{N_1}{N_1 + N_2}\right)^2 \frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \left(\frac{N_2}{N_1 + N_2}\right)^2 \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}$$

(ア)の候補: ①②

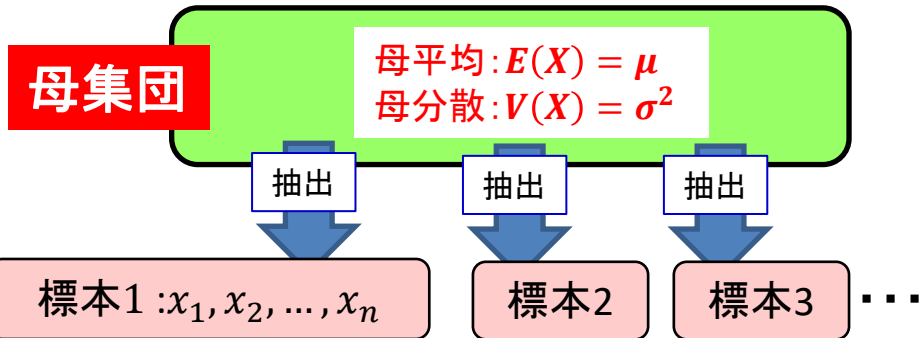
未知の p_1, p_2 の代わりに \hat{p}_1, \hat{p}_2 を使った。(イ)の候補: ②

\Rightarrow (答)②



(p97.1)[C7]問2. μ^2 の不偏推定量

不偏推定量って何？



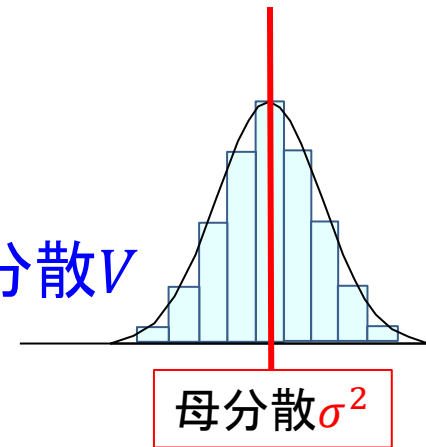
標本毎に異なる V, s^2 が得られる

(1) 不偏分散 V ($n-1$ で割る分散)

$$V = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

$$E(V) = \sigma^2$$

(1) 不偏分散 V



不偏分散 V の平均(期待値)は母分散 σ^2 に一致

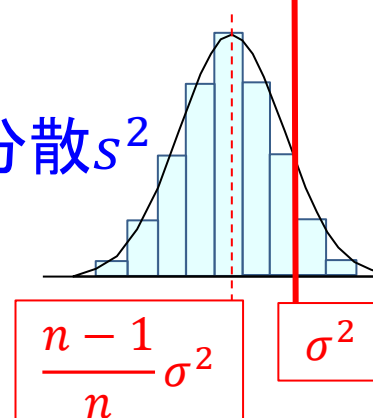
- ・不偏分散 V は母分散 σ^2 の不偏推定量である
- ・不偏性がある

(2) 分散 s^2 (n で割る分散)

$$s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

$$E(s^2) = \frac{n-1}{n} \sigma^2 \neq \sigma^2$$

(2) 分散 s^2



分散 s^2 の平均(期待値)は母分散 σ^2 に一致しない

- ・分散 s^2 は母分散 σ^2 の不偏推定量ではない
- ・不偏性はない

不偏性とは:

推定量が平均的に過大にも過小にも母数を推定しておらず、推定量の期待値が母数に等しいことを意味する。

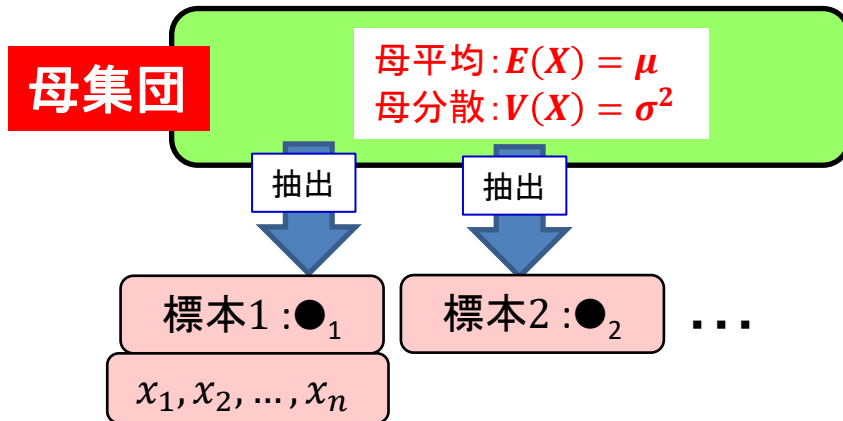
より具体的には、サンプルサイズに依存せず、計算した推定値は平均的に見てバイアスがない、という意味

(<https://bellcurve.jp/statistics/glossary/12817.html>)

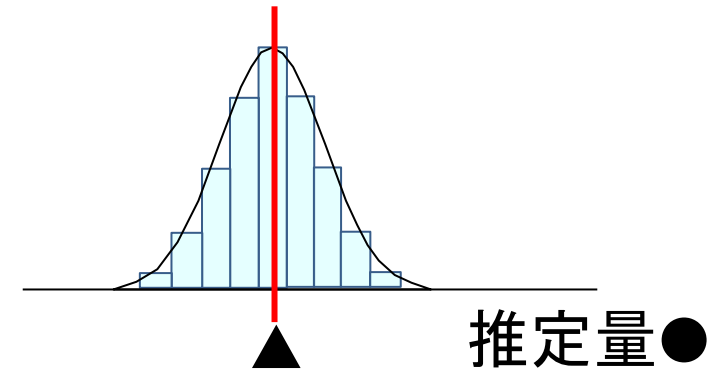
不偏性有無のイメージ (注)図は正確ではありません

(p97.2)[C7]問2. μ^2 の不偏推定量

不偏推定量についての説明



推定量●の平均(期待値)が▲(母数など)になる時、
推定量●は▲の不偏推定量と言います
 \Rightarrow 式で書くと: $E(\bullet) = \blacktriangle$



(例)

(1) $V = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$: $E(V) = \sigma^2$ なので、 V は母分散 σ^2 の不偏推定量である

(2) $s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$: $E(s^2) = \frac{n-1}{n} \sigma^2 \neq \sigma^2$ なので、 s^2 は母分散 σ^2 の不偏推定量ではない

(3) x_i : $E(x_i) = \mu$ なので、 x_i は母平均 μ の不偏推定量である

(4) $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$: $E(\bar{x}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n E(x_i) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mu = \mu$ なので、 \bar{x} は母平均 μ の不偏推定量である

(p97.3)[C7]問2. μ^2 の不偏推定量

(B~Cランク)

問題: (ア)は母分散 σ^2 の不偏推定量である

(ア)は ①②: $\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2,$

③④⑤: $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$ のどちら?

$$\widehat{\sigma^2} = V = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$

期待値を求めてみると、

$$E(\widehat{\sigma^2}) = E(V) = \sigma^2$$

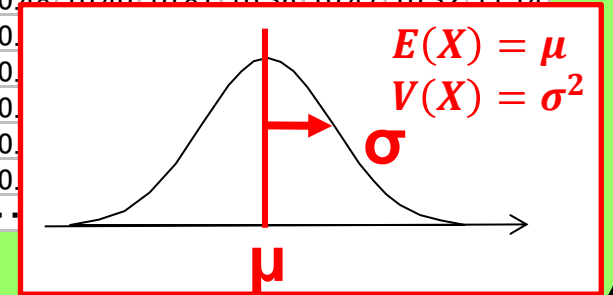
となります。

$$(ア)の答: \widehat{\sigma^2} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$

⇒①または②が正解

母集団

10.19	10.85	10.78	10.56	10.24	10.22	10.77
10.69	10.43	10.32	10.55	10.64	10.71	10.68
10.79	9.96	10.51	10.63	10.44	10.12	10.99
10.48	10.40	10.81	10.36	10.47	10.32	11.14



抽出

標本

X_1, X_2, \dots, X_n

(例) 10.4, 10.8, 10.6, ..., 10.3

標本平均:

$$\bar{X} = \frac{1}{n} (X_1 + X_2 + \dots + X_n)$$

(p97.4)[C7]問2. μ^2 の不偏推定量

(B~Cランク)

$$E(\bar{X}^2 + \text{何か}) = \mu^2$$

(イ)の選択肢には、
すべて「 \bar{X}^2 」が入っている
上式を満たす「何か」が
わかればよい

問題文には、
「(ア) $\widehat{\sigma}^2$ は σ^2 の不偏推定量であるので…」
の記載有るので、これが役立ちそう。

$$(11) \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 = \sum_{i=1}^n X_i^2 - 2\bar{X} \sum_{i=1}^n X_i + \bar{X}^2 \sum_{i=1}^n 1 \\ = \sum_{i=1}^n X_i^2 - n\bar{X}^2$$

$$(1) \widehat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 = \frac{1}{n-1} \left\{ \sum_{i=1}^n X_i^2 - n\bar{X}^2 \right\}$$

(12) 不偏分散 $\widehat{\sigma}^2$ は母分散 σ^2 の
不偏推定量なので、
 $E(\widehat{\sigma}^2) = \sigma^2$

$$(2) E(\widehat{\sigma}^2) = \frac{1}{n-1} \left\{ \sum_{i=1}^n E(X_i^2) - nE(\bar{X}^2) \right\} = \sigma^2$$

(13) 分散公式より (p90と同じ)
 $V(X_i) = E((X_i - \mu)^2) = E(X_i^2) - \mu^2 = \sigma^2$
 $E(X_i^2) = \mu^2 + \sigma^2$

$$\text{何か} = -\frac{\widehat{\sigma}^2}{n}$$

$$E\left(\bar{X}^2 - \frac{\widehat{\sigma}^2}{n}\right) = \mu^2$$

$\bar{X}^2 - \frac{\widehat{\sigma}^2}{n}$ は μ^2 の不偏推定量

$$(3) \frac{1}{n-1} \left\{ \sum_{i=1}^n (\mu^2 + \sigma^2) - nE(\bar{X}^2) \right\} = \sigma^2$$

n-1を掛ける

$$\{n(\mu^2 + \sigma^2) - nE(\bar{X}^2)\} = (n-1)\sigma^2$$

同じ

$$n\mu^2 - nE(\bar{X}^2) = -\sigma^2$$

nで割る

$$(4) \mu^2 = E(\bar{X}^2) - \frac{1}{n}\sigma^2 = E\left(\bar{X}^2 - \frac{\widehat{\sigma}^2}{n}\right)$$

(ア)⇒①または②が正解

(イ)⇒②または④が正解

(答)②が正解



(p97.5) (補足)不偏分散が「不偏性」を持つことの証明

$$x \sim (\text{母平均: } \mu, \text{母分散: } \sigma^2) \\ E(x) = \mu, V(x) = E((x - \mu)^2) = \sigma^2$$

$$\text{標本平均は、} \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\bar{x} - \mu = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (x_j - \mu)$$

これから、 $V = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$ の期待値 $E(V)$ を計算します

難しいです
興味ある方以外
8~9割付近を目指す方以外
無視してください

$$x_i - \bar{x} = (x_i - \mu) - (\bar{x} - \mu) = (x_i - \mu) - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (x_j - \mu) = \frac{n-1}{n} (x_i - \mu) - \frac{1}{n} \sum_{j \neq i}^n (x_j - \mu)$$

$$(x_i - \bar{x})^2 = \frac{(n-1)^2}{n^2} (x_i - \mu)^2 - \frac{2(n-1)}{n^2} (x_i - \mu) \sum_{j \neq i}^n (x_j - \mu) + \frac{1}{n^2} \sum_{j \neq i}^n (x_j - \mu) \sum_{k \neq i}^n (x_k - \mu)$$

期待値をとる。 $j \neq k$ の時、 $E((x_j - \mu)(x_k - \mu)) = E(x_j - \mu)E(x_k - \mu) = (E(x_j) - \mu)(E(x_k) - \mu) = 0$ を考慮する (x_j, x_k は独立)

$$E((x_i - \bar{x})^2) = \frac{(n-1)^2}{n^2} E((x_i - \mu)^2) - 0 + \frac{1}{n^2} \sum_{j \neq i}^n E((x_j - \mu)^2) \Rightarrow \sigma^2$$

$$= \frac{(n-1)^2}{n^2} \sigma^2 + \frac{n-1}{n^2} \sigma^2$$

$$= \frac{n-1}{n} \sigma^2$$

$$E(V) = E \left[\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right] = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n E((x_i - \bar{x})^2) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \frac{n-1}{n} \sigma^2 = \sigma^2$$

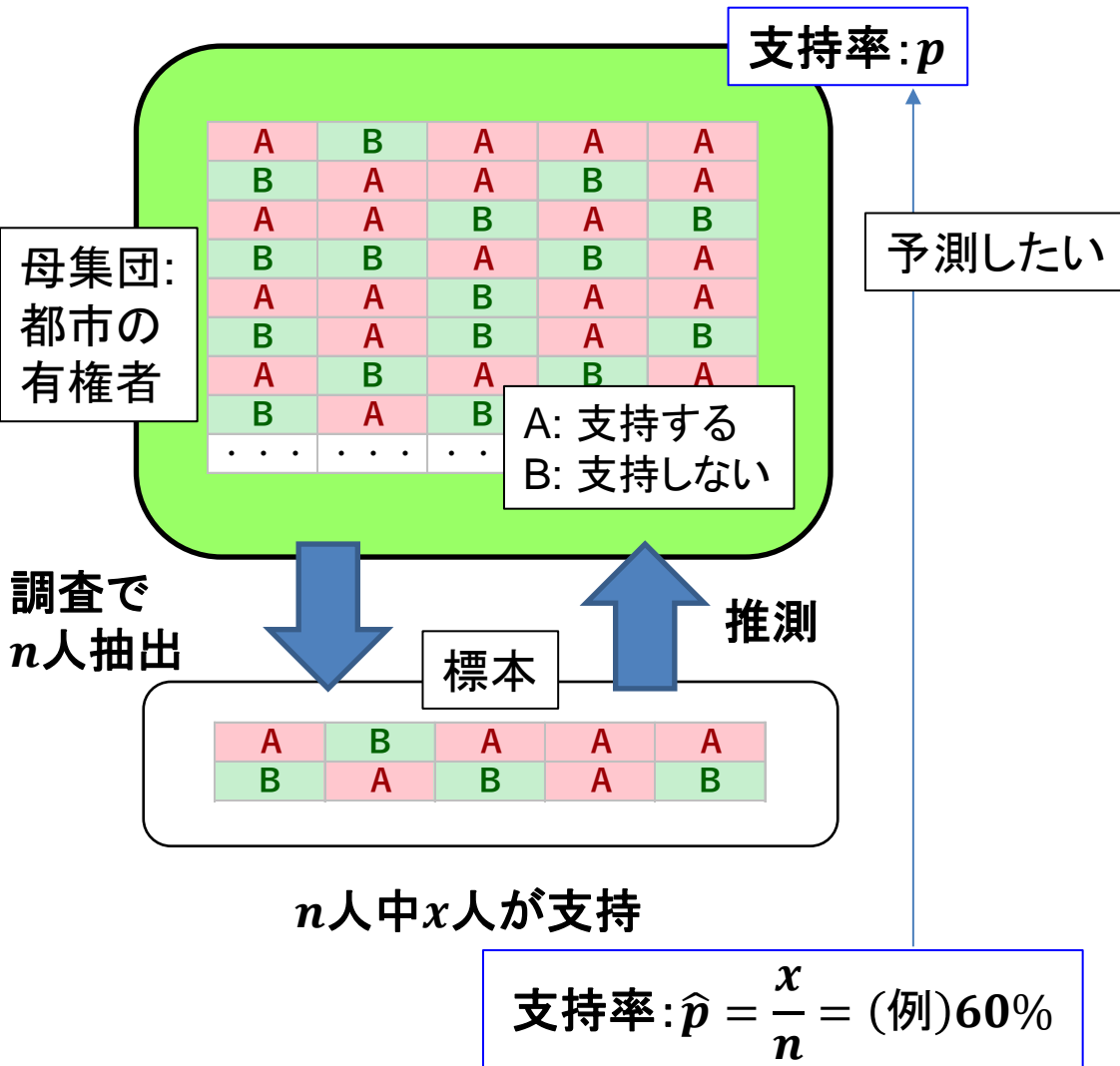
$$E(s^2) = E \left[\frac{n-1}{n} V \right] = \frac{n-1}{n} E(V) = \frac{n-1}{n} \sigma^2 \neq \sigma^2$$

不偏分散 V の期待値は、母分散 σ^2 になっており、 n で割る分散 s^2 は、そうならないことを示しました。

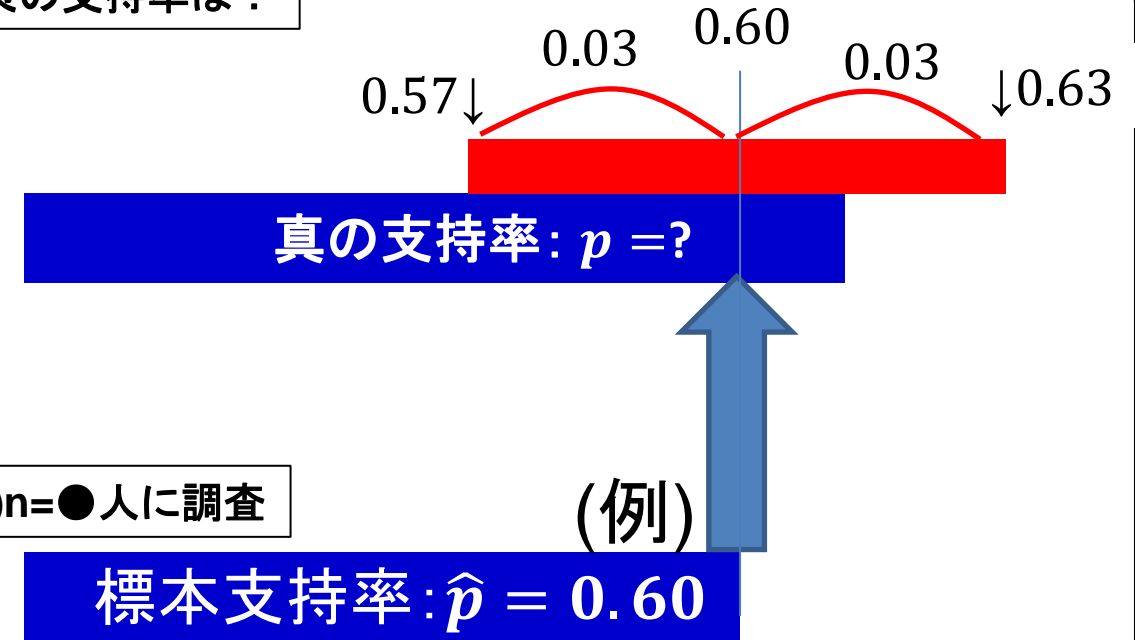
(p99.1)[C7]問3. p が未知の標本サイズ

(Aランク)

ある政策の支持率調査



政策の支持率は?

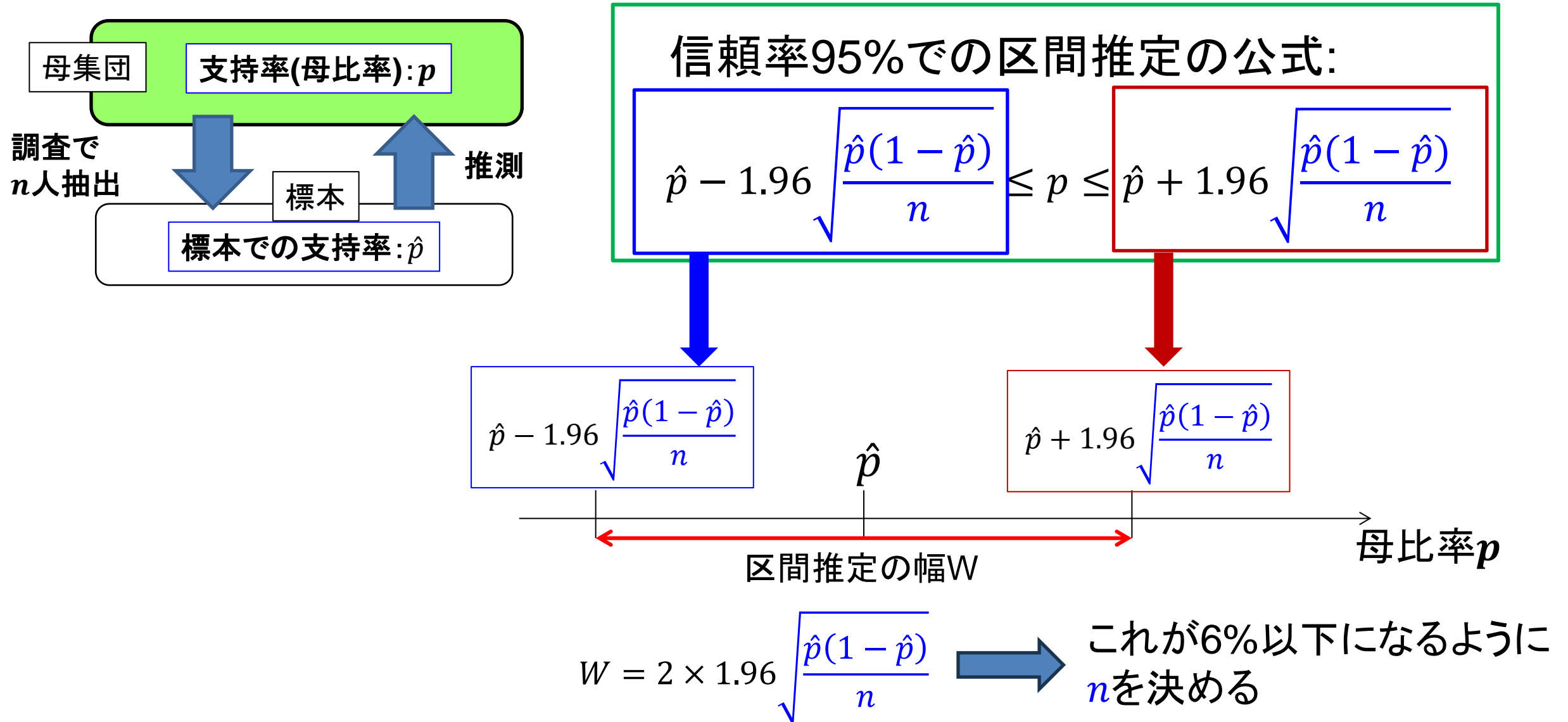


(公式)母比率: p 、標本比率: \hat{p} 、サンプルサイズ: n
⇒信頼率95%の信頼区間は?

$$\hat{p} - 1.96 \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}} \leq p \leq \hat{p} + 1.96 \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}}$$

(p99.2)[C7]問3. p が未知の標本サイズ

(Aランク)



(p99)[C7]問3. pが未知の標本サイズ

(Aランク)

$$W = 2 \times 1.96 \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}} \leq 0.06$$

となるように n を決めればよい

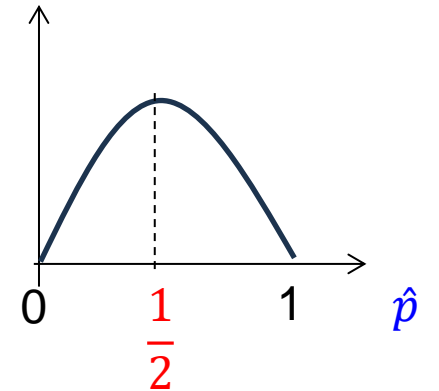
\hat{p} の情報はない

$\hat{p}(1 - \hat{p})$ は、 $\hat{p} = 0.5$ の時最大
この時、

$$W = 2 \times 1.96 \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}} = \frac{1.96}{\sqrt{n}} \leq 0.06$$
$$\sqrt{n} \geq 32.67$$
$$n \geq 1067.1$$

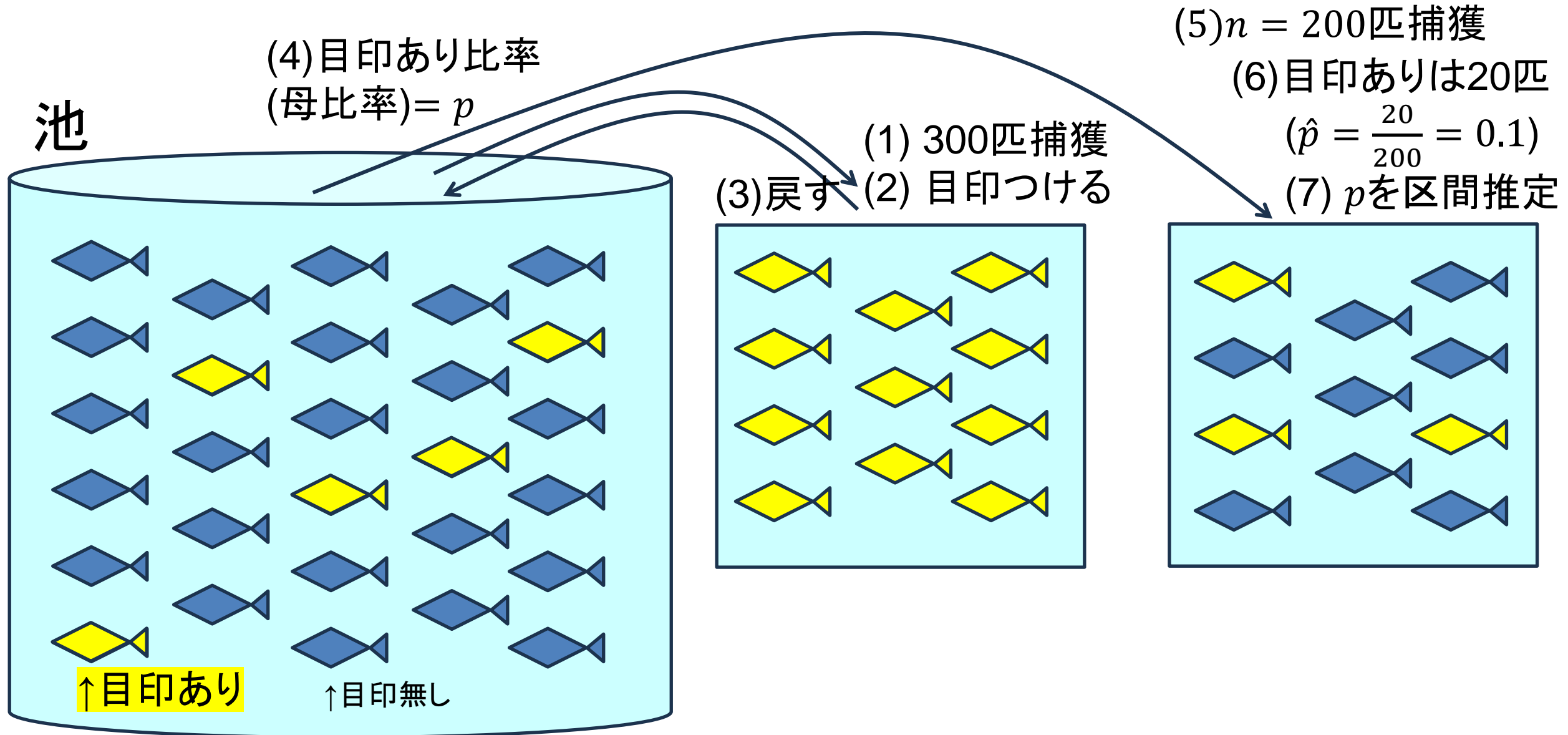
選択肢の中から選ぶと、 (答)④1100人

$$\hat{p}(1 - \hat{p}) = -\left(\hat{p} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}$$



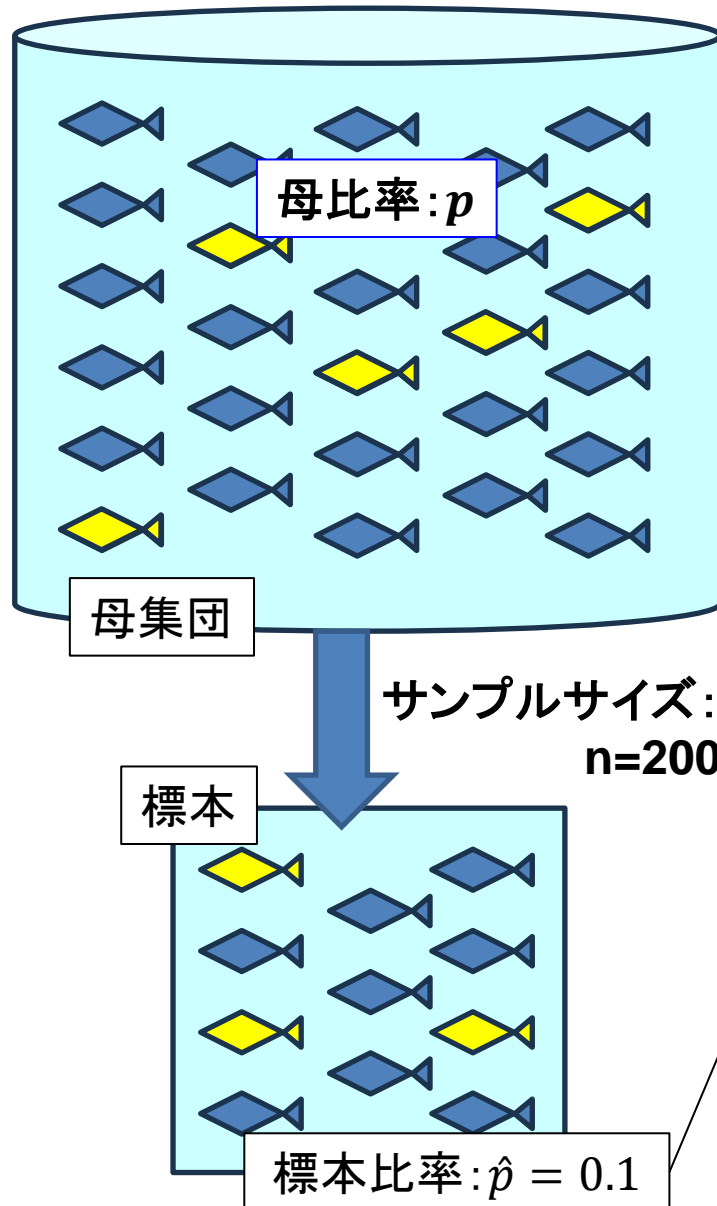
(p100.1)[C7]問4. 捕獲再捕獲法信頼区間

(Aランク)



(p100.2)[C7]問4. 捕獲再捕獲法信頼区間

(Aランク)



$n = 200, \hat{p} = 0.1$ を使う。

信頼率95%での区間推定の公式は...

95%の信頼区間: (問3と同様)

$$\hat{p} - 1.96 \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}} \leq p \leq \hat{p} + 1.96 \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}}$$

$$\sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}} = \sqrt{\frac{0.1 \times 0.9}{200}} = 0.0212$$

$$1.96 \times \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}} = 1.96 \times 0.0212 = 0.0416$$

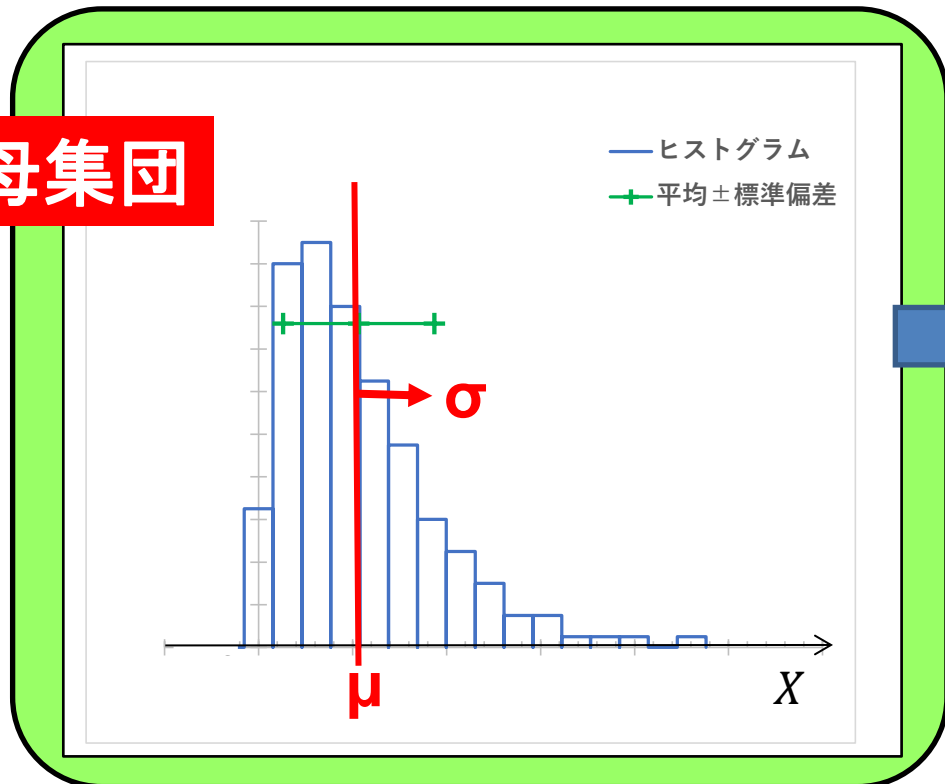
$$0.1 - 0.0416 \leq p \leq 0.1 + 0.0416 \quad (\text{答})\textcircled{4}$$

(p102.1)[C7]問5. 非正規母集団に対する母平均の信頼区間

(Bランク)

p102の相対度数分布表は、
大まかには、下図のような
右にすそを引くような分布に対応
(この図は正確ではありません)
母集団・・・非正規母集団

母集団



抽出

標本

X_1, X_2, \dots, X_n
⇒ 標本平均 \bar{X}
⇒ 不偏分散 S^2

$$\Rightarrow \text{統計量 } Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{S^2/n}}$$

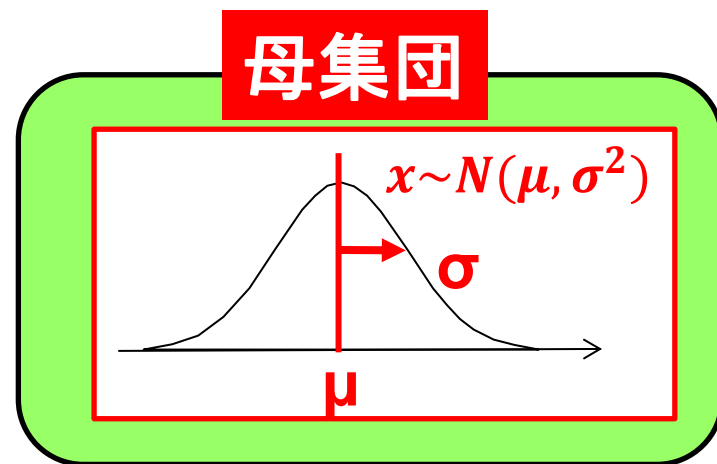
この標本を使って
母平均 μ の信頼区間を求めたい
どうすればいい？

(p102.2)[C7]問5. 非正規母集団に対する母平均の信頼区間

(Bランク)

(復習) もし、母集団の確率分布が正規分布だったら、

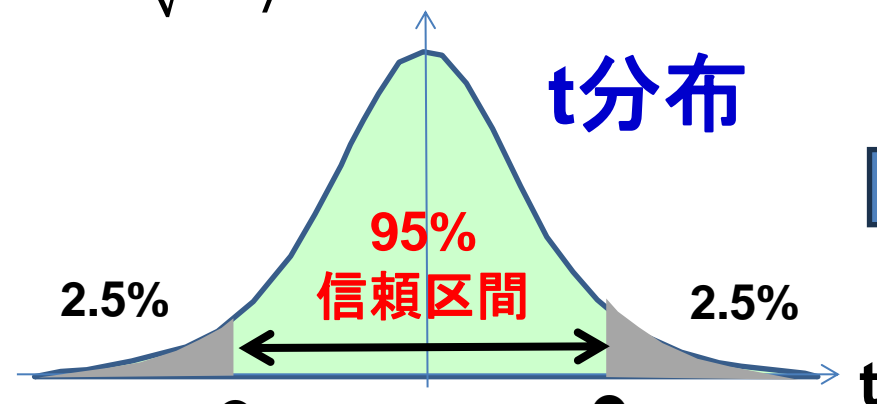
$t = \frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{S^2/n}}$ は、自由度 $n - 1$ の t 分布に従う



抽出

標本

X_1, X_2, \dots, X_n
⇒ 標本平均 \bar{X}
⇒ 不偏分散 S^2



$$-\bullet \leq \frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{S^2/n}} \leq \bullet$$

$$\bar{X} - \bullet \sqrt{\frac{S^2}{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + \bullet \sqrt{\frac{S^2}{n}}$$



n : 十分大きい時
(例: $n \geq 30$)
標準正規分布に従うと考えていい

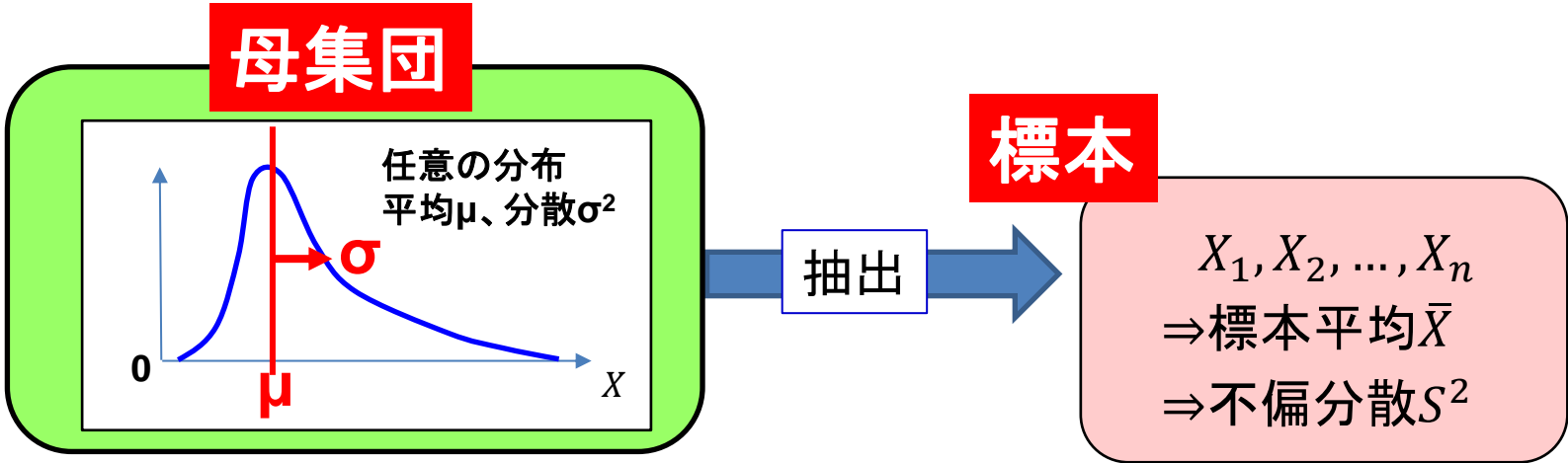
$$-1.96 \leq \frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{\frac{S^2}{n}}} \leq 1.96$$

$$\bar{X} - 1.96 \sqrt{\frac{S^2}{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + 1.96 \sqrt{\frac{S^2}{n}}$$

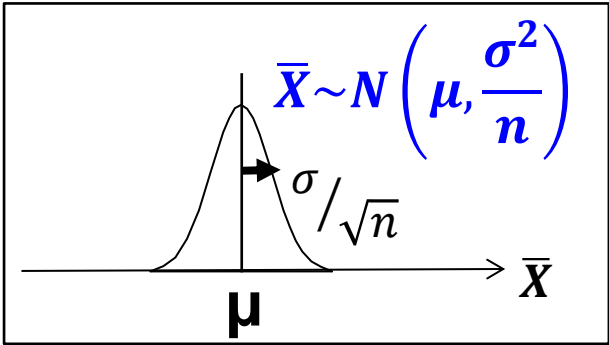
t分布や正規分布を使って区間推定が可能
母集団: 非正規母集団 ⇒ そのまま使えない

(p102.3)[C7]問5. 非正規母集団に対する母平均の信頼区間

中心極限定理



n が十分に大きい時、
 \bar{X} は近似的に正規分布に従う



$$\Rightarrow Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{\sigma^2/n}} \doteq \frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{S^2/n}} \sim N(0,1)$$

(例) 指数分布

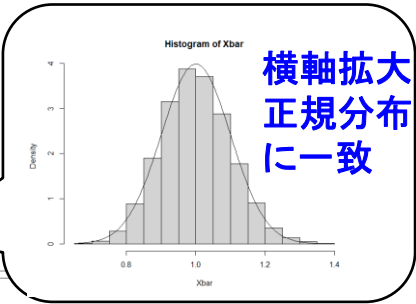
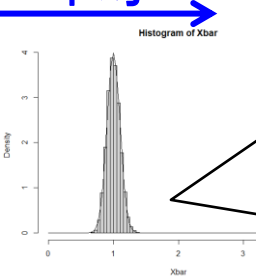
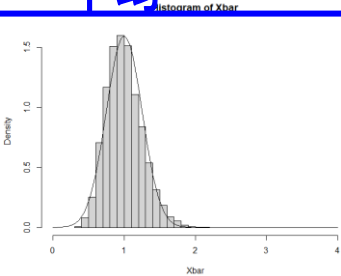
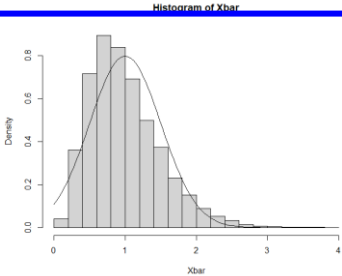
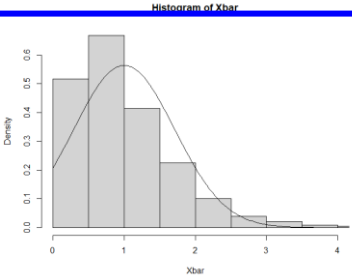
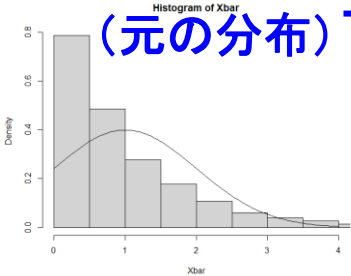
1個で平均
(元の分布)

$n=2$ 個で平均

$n=4$ 個で平均

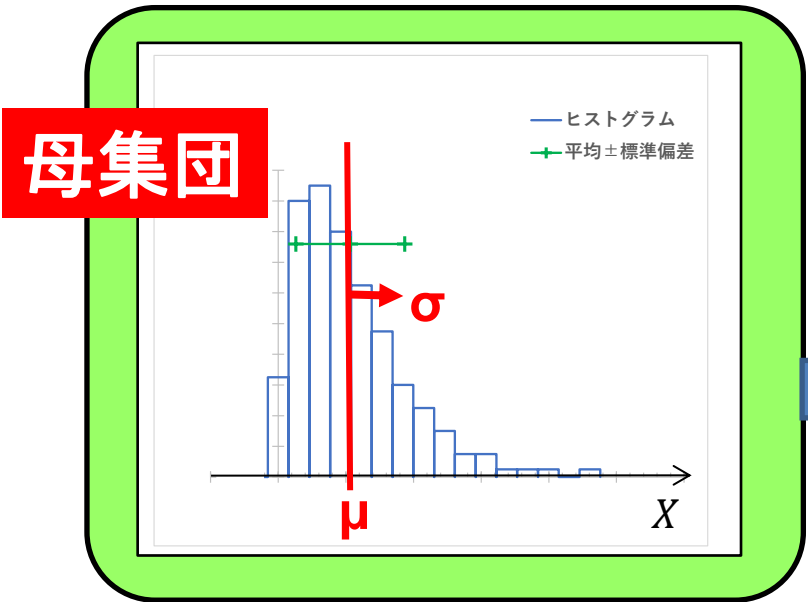
$n=16$ 個で
平均

$n=100$ 個で
平均



(p102.4)[C7]問5. 非正規母集団に対する母平均の信頼区間

(Bランク)



抽出

標本

X_1, X_2, \dots, X_n
⇒ 標本平均 \bar{X}
⇒ 不偏分散 S^2

⇒ 統計量 $Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{S^2/n}}$

nが大きい時、 $Z \sim N(0,1)$ 標準正規分布
⇒ 母平均 μ の区間推定が可能になる

	分布やnの条件	使える分布	正誤
①	分布やnにかかわらず	自由度1の χ^2 分布	×
②	分布にかかわらず	自由度n-1のt分布	×
③	nが十分大きい時	標準正規分布	○
④	分布やnにかかわらず	標準正規分布	×
⑤	nが十分小さい時	二項分布	×

⇒(答)③



(p104.1)[C7]問6. 母比率の差の信頼区間と検定

(Bランク)

スポーツ国際大会での日本選手の活躍に

非常に関心がある人の比率(母比率): p_1

母集団

平成
25年

A	B	A	A	A
B	A	A	B	A
A	A	B	A	B
B	B	A	B	A
A	A	B	A	A
B	A	B	A	B
A	B	A	B	A
B	A	B	A	A
...

調査で
 $n_1 = 1897$ 人
抽出

標本

推測

A	B	A	A	A
B	A	B	A	B

非常に関心がある人の比率: $\hat{p}_1 = 0.483$

$$\hat{p}_1 \sim N\left(p_1, \frac{p_1(1-p_1)}{n_1}\right)$$

知りたいこと
母比率: p_1 、 p_2 は
違うと言えるか?

A: 非常に関心がある
B: その他

非常に関心がある人の比率(母比率): p_2

B	B	A	B	A
A	A	B	A	A
B	A	B	A	B
A	B	A	B	A
B	A	B	A	A
A	B	A	A	A
B	A	A	B	A
A	A	B	A	B
...

平成
21年

調査で
 $n_2 = 1925$ 人
抽出

標本

推測

B	B	A	B	A
A	A	B	A	A

非常に関心がある人の比率: $\hat{p}_2 = 0.416$

$$\hat{p}_2 \sim N\left(p_2, \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}\right)$$

公式問題集p78
の問題と同様な式

(p104.2)[C7]問6. 母比率の差の信頼区間と検定

(Bランク)

平成25年

$$\widehat{p}_1 \sim N\left(p_1, \frac{p_1(1-p_1)}{n_1}\right)$$

公式問題集p78
の問題と同様な式

平成21年

$$\widehat{p}_2 \sim N\left(p_2, \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}\right)$$

(公式) p76問7でも使用
互いに独立な2つの確率変数 X, Y が
 $X \sim N(\mu_X, \sigma_X^2)$ 、 $Y \sim N(\mu_Y, \sigma_Y^2)$ の時、
 $Z = X - Y \sim N(\mu_X - \mu_Y, \sigma_X^2 + \sigma_Y^2)$

Q: $\widehat{p}_1 - \widehat{p}_2$ は
どんな分布に従う?

$$\widehat{p}_1 - \widehat{p}_2 \sim N\left(p_1 - p_2, \frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}\right)$$

標準化する

$$Z = \frac{(\widehat{p}_1 - \widehat{p}_2) - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}}} \sim N(0,1)$$

95%の確率で

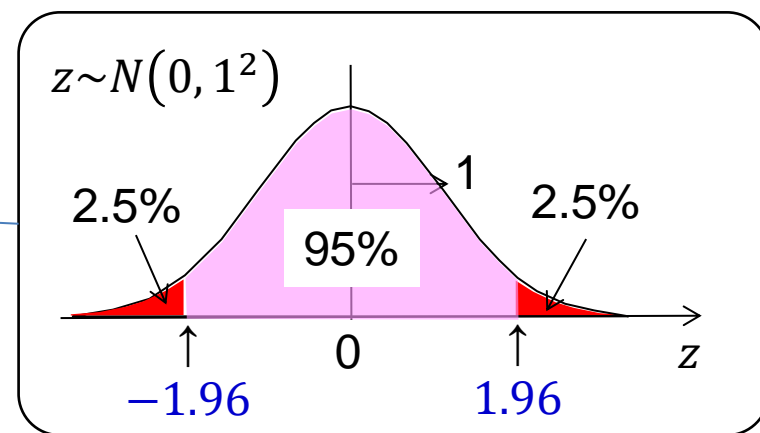
$$-1.96 \leq Z \leq 1.96$$

$$-1.96 \leq \frac{(\widehat{p}_1 - \widehat{p}_2) - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}}} \leq 1.96$$

差の区間推定結果

$$(\widehat{p}_1 - \widehat{p}_2) - 1.96 \sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}} \leq p_1 - p_2 \leq (\widehat{p}_1 - \widehat{p}_2) + 1.96 \sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}}$$

(公式) $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ の時、
 $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$ と変換すると、
 $Z \sim N(0,1)$ となる



(p104.3)[C7]問6. 母比率の差の信頼区間と検定

(Bランク)

平成
25年

比率(母比率): p_1

調査で
 $n_1 = 1897$ 人
抽出

推測

非常に関心がある人の
比率: $\hat{p}_1 = 0.483$

母集団

標本

平成
21年

比率(母比率): p_2

調査で
 $n_2 = 1925$ 人
抽出

推測

標本

非常に関心がある人の
比率: $\hat{p}_2 = 0.416$

前ページの式

$$(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - 1.96 \sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}} \leq p_1 - p_2 \leq (\hat{p}_1 - \hat{p}_2) + 1.96 \sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}}$$

既知

$\uparrow p_1, p_2$ は未知

未知

既知

$\uparrow p_1, p_2$ は未知

$\sqrt{\quad}$ の中の
 p_1, p_2 を
推定値:
 \hat{p}_1, \hat{p}_2 で
置き換え

$$(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - 1.96 \sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}} \leq p_1 - p_2 \leq (\hat{p}_1 - \hat{p}_2) + 1.96 \sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}$$

$$(0.483 - 0.416) - 1.96 \sqrt{\frac{0.483 \times (1 - 0.483)}{1897} + \frac{0.416 \times (1 - 0.416)}{1925}} \leq p_1 - p_2 \leq$$

左で「-1.96」を
「+1.96」に置き換えたもの

(p104.4)[C7]問6. 母比率の差の信頼区間と検定

(Bランク)

先ほどの式

$$(0.483 - 0.416) - 1.96 \sqrt{\frac{0.483 \times (1 - 0.483)}{1897} + \frac{0.416 \times (1 - 0.416)}{1925}} \leq p_1 - p_2 \leq$$

左で「-1.96」を
「+1.96」に置き換えたもの

$$0.067 - 1.96 \sqrt{\frac{0.483 \times 0.517}{1897} + \frac{0.416 \times 0.584}{1925}} \leq p_1 - p_2 \leq$$

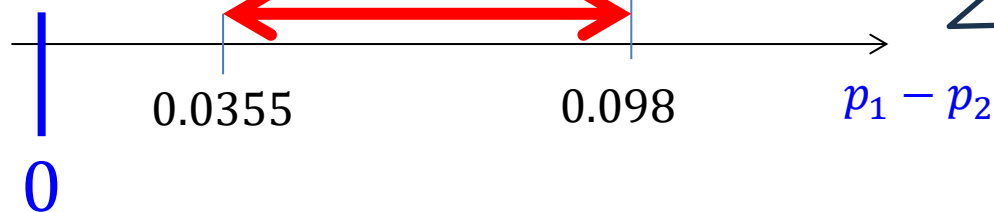
左で「-1.96」を
「+1.96」に置き換えたもの

⇒(ア)は①、②が正しい

↓受験時は計算不要

$$0.0355 \leq p_1 - p_2 \leq 0.098$$

差の区間推定結果



$p_1 - p_2 = 0$ は含まれていない
⇒ $p_1 \neq p_2$ と言える

⇒(イ)は「言える」
(答)②

補足: 例えば以下の様に
区間推定結果に「0」が含まれていたら
「差があるかどうか、何も言えない」となる

