

ひかり統計塾

統計検定 2 級

公式問題集(CBT対応版)の解説

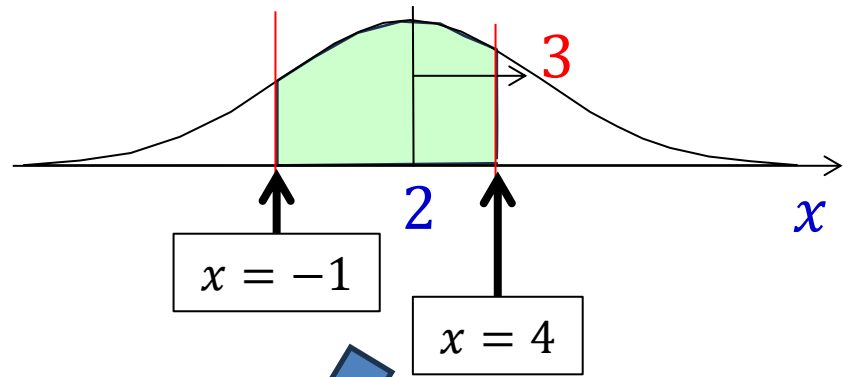
サンプル

【カテゴリー5】 p68問2, p77問8

(p68.1)[C5]問2. 正規確率の計算

$$X \sim N(2, 3^2)$$

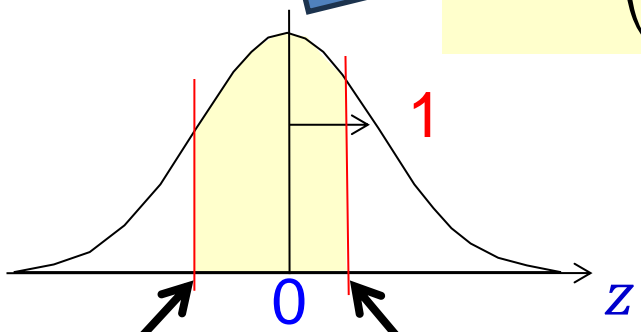
Q: 確率 $P(-1 < X \leq 4)$ はいくら?



$$Z = \frac{X - 2}{3}$$

$$Z \sim N(0, 1)$$

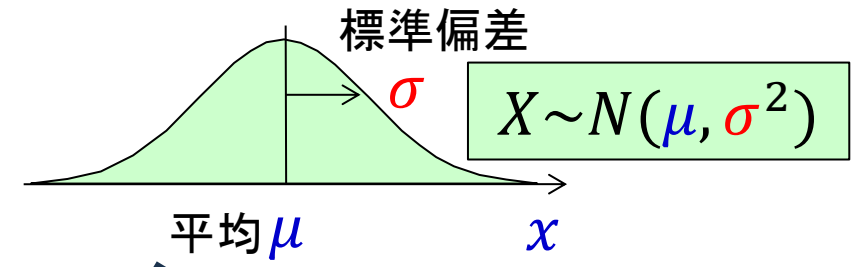
確率 $P\left(-1 < Z \leq \frac{2}{3}\right)$



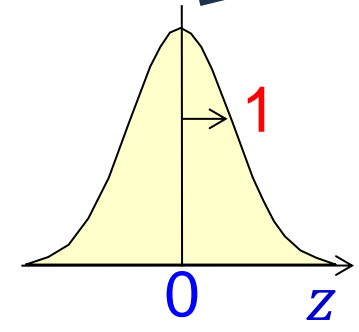
$$z = \frac{-1 - 2}{3} = -1$$

$$z = \frac{4 - 2}{3} = \frac{2}{3} \doteq 0.67$$

公式(確率変数の標準化)



$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$



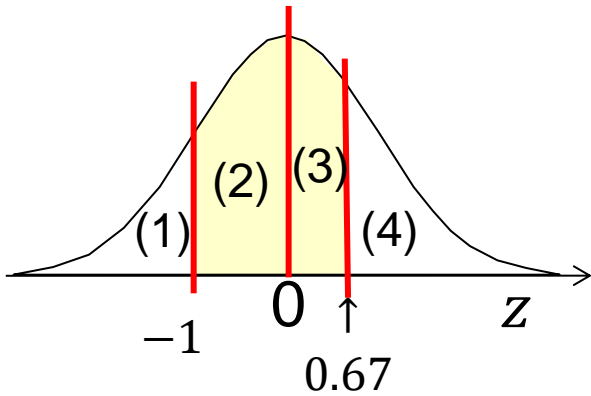
$$Z \sim N(0, 1)$$

(公式) $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ の時、
 $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$ と変換すると、 $Z \sim N(0, 1)$ となる

(p68.2)[C5]問2. 正規確率の計算

$$Z \sim N(0,1)$$

確率 $P(-1 < Z \leq 0.67) = (2) + (3)$



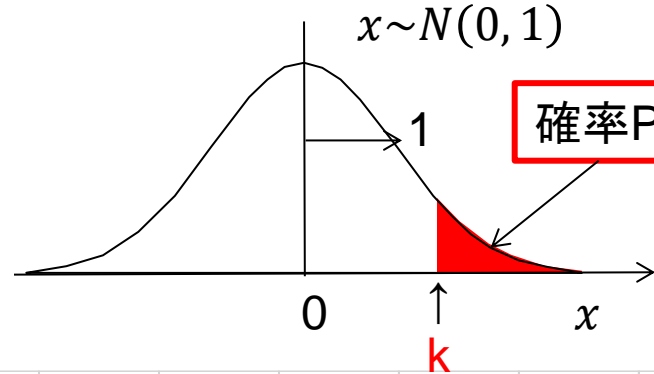
(補足)
連続分布では、
 $P(-1 < Z < 0.67)$
 $= P(-1 < Z \leq 0.67)$
 $= P(-1 < Z \leq 0.67)$
 $P(Z = 0.67) = 0$

右の表で

$k=1.00$ ($k_1=1.0, k_2=0.00$)を見ると (1)=0.1587
 $k=0.67$ ($k_2=0.6, k_2=0.07$)を見ると (4)=0.2514
 また、 $(1)+(2)+(3)+(4)=1$

従って、
 確率 $P = (2) + (3) = 1 - ((1) + (4))$
 $= 1 - (0.1587 + 0.2514) = 0.590$

(答)⑤



p200 付表1
標準正規分布の
上側確率

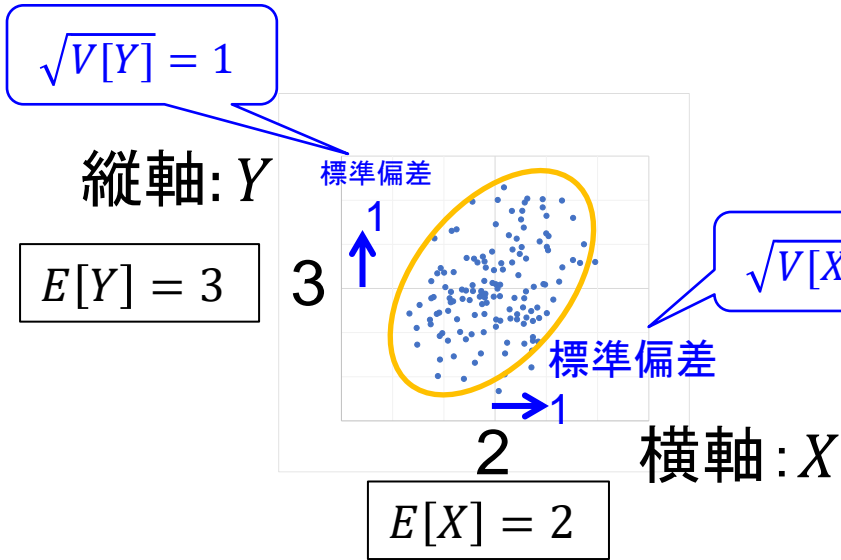
| k=k1+k2 | | | | | | | | | | | | |
|---------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|------|
| | | k2= | 0.00 | 0.01 | 0.02 | 0.03 | 0.04 | 0.05 | 0.06 | 0.07 | 0.08 | 0.09 |
| k1= | 0.0 | 0.5000 | 0.4960 | 0.4920 | 0.4880 | 0.4840 | 0.4801 | 0.4761 | 0.4721 | 0.4681 | 0.4641 | |
| | 0.1 | 0.4602 | 0.4562 | 0.4522 | 0.4483 | 0.4443 | 0.4404 | 0.4364 | 0.4325 | 0.4286 | 0.4247 | |
| | 0.2 | 0.4207 | 0.4168 | 0.4129 | 0.4090 | 0.4052 | 0.4013 | 0.3974 | 0.3936 | 0.3897 | 0.3859 | |
| | 0.3 | 0.3821 | 0.3783 | 0.3745 | 0.3707 | 0.3669 | 0.3632 | 0.3594 | 0.3557 | 0.3520 | 0.3483 | |
| | 0.4 | 0.3446 | 0.3409 | 0.3372 | 0.3336 | 0.3300 | 0.3264 | 0.3228 | 0.3192 | 0.3156 | 0.3121 | |
| | 0.5 | 0.3085 | 0.3050 | 0.3015 | 0.2981 | 0.2946 | 0.2912 | 0.2877 | 0.2843 | 0.2810 | 0.2776 | |
| | 0.6 | 0.2743 | 0.2709 | 0.2676 | 0.2643 | 0.2611 | 0.2578 | 0.2546 | 0.2514 | 0.2483 | 0.2451 | |
| | 0.7 | 0.2420 | 0.2389 | 0.2358 | 0.2327 | 0.2296 | 0.2266 | 0.2236 | 0.2206 | 0.2177 | 0.2148 | |
| | 0.8 | 0.2119 | 0.2090 | 0.2061 | 0.2033 | 0.2005 | 0.1977 | 0.1949 | 0.1922 | 0.1894 | 0.1867 | |
| | 0.9 | 0.1841 | 0.1814 | 0.1788 | 0.1762 | 0.1736 | 0.1711 | 0.1685 | 0.1660 | 0.1635 | 0.1611 | |
| 1.0 | 0.1587 | 0.1562 | 0.1539 | 0.1515 | 0.1492 | 0.1469 | 0.1446 | 0.1423 | 0.1401 | 0.1379 | | |
| 1.1 | 0.1357 | 0.1335 | 0.1314 | 0.1292 | 0.1271 | 0.1251 | 0.1230 | 0.1210 | 0.1190 | 0.1170 | | |
| 1.2 | 0.1151 | 0.1131 | 0.1112 | 0.1093 | 0.1075 | 0.1056 | 0.1038 | 0.1020 | 0.1003 | 0.0985 | | |
| 1.3 | 0.0968 | 0.0951 | 0.0934 | 0.0918 | 0.0901 | 0.0885 | 0.0869 | 0.0853 | 0.0838 | 0.0823 | | |
| 1.4 | 0.0808 | 0.0793 | 0.0778 | 0.0764 | 0.0749 | 0.0735 | 0.0721 | 0.0708 | 0.0694 | 0.0681 | | |
| 1.5 | 0.0668 | 0.0655 | 0.0643 | 0.0630 | 0.0618 | 0.0606 | 0.0594 | 0.0582 | 0.0571 | 0.0559 | | |
| 1.6 | 0.0548 | 0.0537 | 0.0526 | 0.0516 | 0.0505 | 0.0495 | 0.0485 | 0.0475 | 0.0465 | 0.0455 | | |
| 1.7 | 0.0446 | 0.0436 | 0.0427 | 0.0418 | 0.0409 | 0.0401 | 0.0392 | 0.0384 | 0.0375 | 0.0367 | | |
| 1.8 | 0.0359 | 0.0351 | 0.0344 | 0.0336 | 0.0329 | 0.0322 | 0.0314 | 0.0307 | 0.0301 | 0.0294 | | |
| 1.9 | 0.0287 | 0.0281 | 0.0274 | 0.0268 | 0.0262 | 0.0256 | 0.0250 | 0.0244 | 0.0239 | 0.0233 | | |
| 2.0 | 0.0228 | 0.0222 | 0.0217 | 0.0212 | 0.0207 | 0.0202 | 0.0197 | 0.0192 | 0.0188 | 0.0183 | | |
| 2.1 | 0.0179 | 0.0174 | 0.0170 | 0.0166 | 0.0162 | 0.0158 | 0.0154 | 0.0150 | 0.0146 | 0.0143 | | |
| 2.2 | 0.0139 | 0.0136 | 0.0132 | 0.0129 | 0.0125 | 0.0122 | 0.0119 | 0.0116 | 0.0113 | 0.0110 | | |
| 2.3 | 0.0107 | 0.0104 | 0.0102 | 0.0099 | 0.0096 | 0.0094 | 0.0091 | 0.0089 | 0.0087 | 0.0085 | | |
| 2.4 | 0.0082 | 0.0080 | 0.0078 | 0.0075 | 0.0073 | 0.0071 | 0.0069 | 0.0068 | 0.0066 | 0.0065 | | |
| 2.5 | 0.0062 | 0.0060 | 0.0059 | 0.0057 | 0.0055 | 0.0054 | 0.0052 | 0.0051 | 0.0049 | 0.0048 | | |



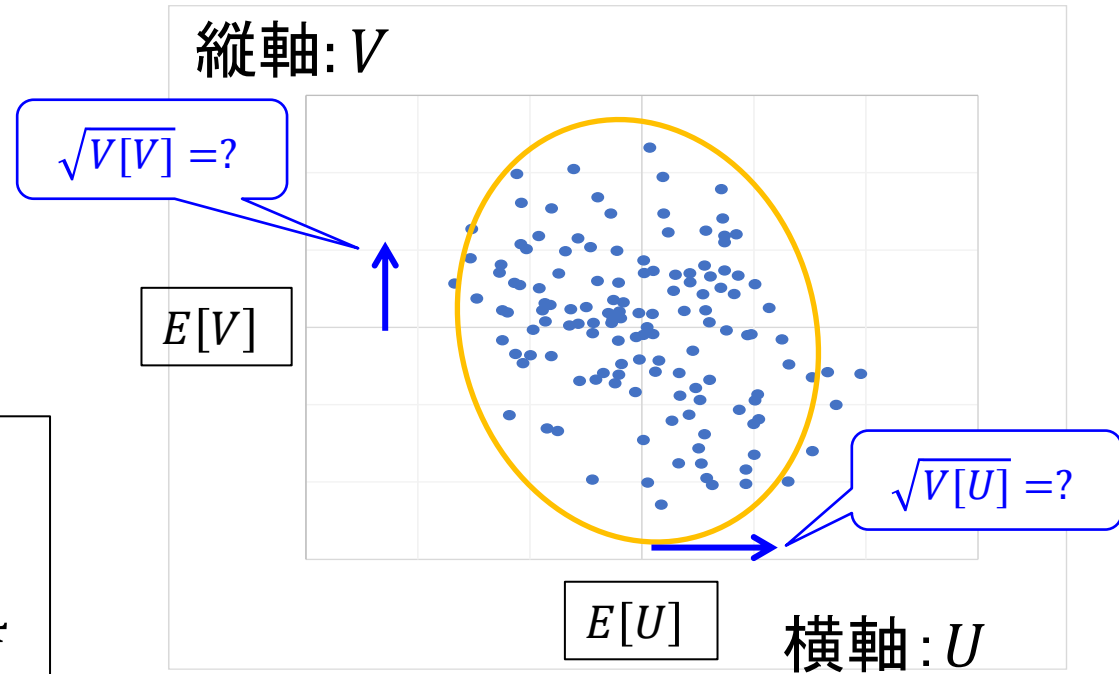
(p77.1)[C5]問8. 線形な変数変換、共分散、相関係数

(Bランク)

問題で聞かれていることは、



変数変換
 $U = 3X - 2$
 $V = -2Y - 4$
をした時、



共分散 $\text{Cov}[X, Y] = \bullet$
相関係数 $r[X, Y] = \blacksquare$
(\bullet 、 \blacksquare はある値)

共分散 $\text{Cov}[U, V] = ?$
相関係数 $r[U, V] = ?$
はどのようなでしょうか？

(p77.2)[C5]問8. 線形な変数変換、共分散、相関係数：公式

確率変数の平均、分散、共分散、相関係数の公式：

(1) X の平均： $E(X)$, (2) Y の平均： $E(Y)$

(3) X の分散： $V[X] = E[(X - E[X])^2] = E[X^2] - (E[X])^2$

(4) Y の分散： $V[Y] = E[(Y - E[Y])^2] = E[Y^2] - (E[Y])^2$

(5) X, Y の共分散： $Cov[X, Y] = E[(X - E[X])(Y - E[Y])] = E[XY] - E[X]E[Y]$

(6) X, Y の相関係数： $r[X, Y] = \frac{Cov[X, Y]}{\sqrt{V[X]V[Y]}}$

確率変数を変数変換した時の共分散・相関係数の公式

| 変換式 | (変換前) | $U = aX + b$ ($a, c \neq 0$) $V = cY + d$ |
|------|-------------|---|
| 共分散 | $Cov[X, Y]$ | (7) $Cov[U, V] = ac \times Cov[X, Y]$ |
| 相関係数 | $r[X, Y]$ | (8) $ac > 0$ なら、 $r[U, V] = r[X, Y]$ $ac < 0$ なら、 $r[U, V] = -r[X, Y]$ |

(p77.3)[C5]問8. 線形な変数変換、共分散、相関係数

(Bランク)

(1) $E[X] = 2$, (2) $E[Y] = 3$
 (3) $V[X] = 1$, (4) $V[Y] = 1$
 $E[XY] = 6.3$
 Q: X, Y の共分散、相関係数は?

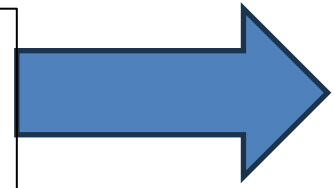
変数変換
 $U = 3X - 2$
 $V = -2Y - 4$ をした時、
 Q: U, V の共分散、相関係数は?

$$U = aX + b \Rightarrow a = 3$$

$$V = cY + d \Rightarrow c = -2$$

(5) X, Y の共分散:
 $Cov[X, Y] = E[XY] - E[X]E[Y]$
 $= 6.3 - 2 \times 3 = 0.3$

(6) X, Y の相関係数:
 $r[X, Y] = \frac{Cov[X, Y]}{\sqrt{V[X]V[Y]}} = \frac{0.3}{\sqrt{1 \times 1}} = 0.3$



(7) U, V の共分散:
 $Cov[U, V] = ac \times Cov[X, Y] = 3 \times (-2) \times 0.3 = -1.8$

$ac = -6 < 0$ なので

(8) U, V の相関係数: $r[U, V] = -r[X, Y] = -0.3$

(答)④

済

(5) X, Y の共分散:
 $Cov[X, Y] = E[(X - E[X])(Y - E[Y])] = E[XY] - E[X]E[Y]$

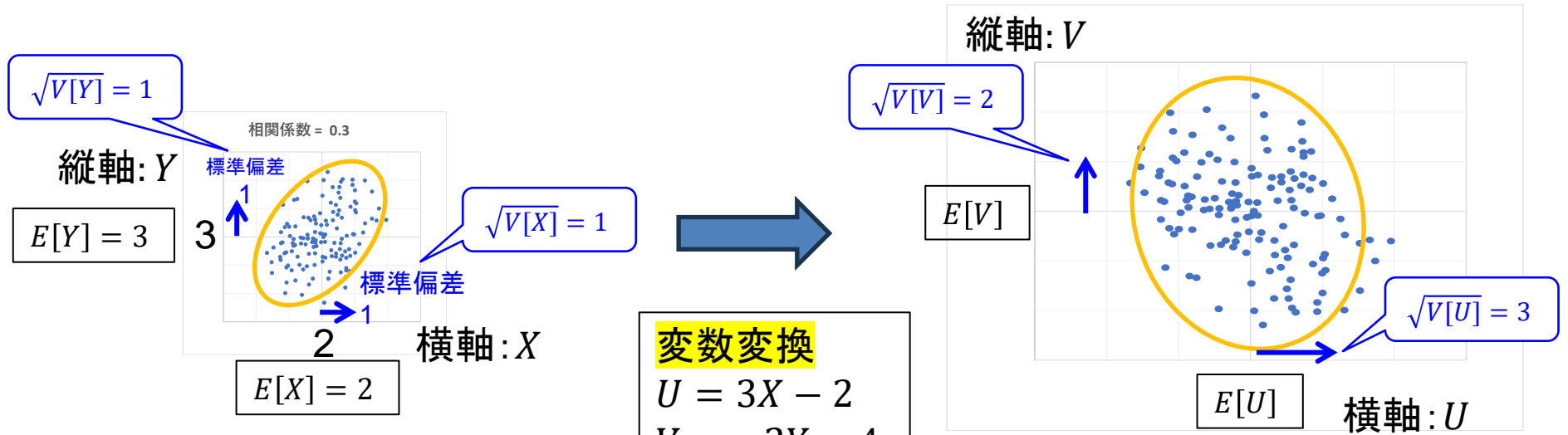
(6) X, Y の相関係数: $r[X, Y] = \frac{Cov[X, Y]}{\sqrt{V[X]V[Y]}}$

| | | |
|------|-------------|---|
| 変換式 | (変換前) | $U = aX + b (a, c \neq 0)$ $V = cY + d$ |
| 共分散 | $Cov[X, Y]$ | (7) $Cov[U, V] = ac \times Cov[X, Y]$ |
| 相関係数 | $r[X, Y]$ | (8) $ac > 0$ なら、 $r[U, V] = r[X, Y]$ $ac < 0$ なら、 $r[U, V] = -r[X, Y]$ |

可能なら、憶えてください

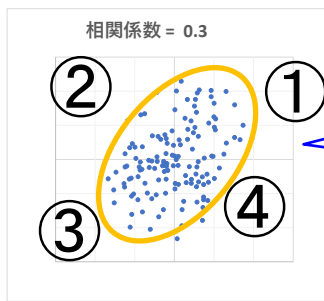
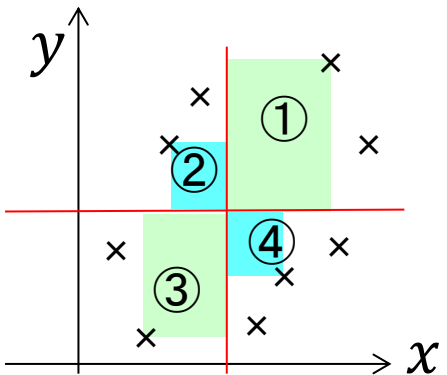
(p77.4)[C5]問8. 線形な変数変換、共分散、相関係数

振り返り



共分散 $Cov[X, Y] = 0.3$
 相関係数 $r[X, Y] = 0.3$

共分散 $Cov[U, V] = -1.8$
 相関係数 $r[U, V] = -0.3$
 となりました。



共分散は、「各点毎の面積の差 (①+③ - ②-④)」
 みたいなものです
 変数変換により、 $3 \times (-2) = -6$ 倍になりました。

変数変換により、
 弱い正の相関 \Rightarrow 弱い負の相関 になりました