ひかり統計塾

統計検定２級の解説 サンプル動画

公式問題集(CBT対応版)

p68問2:　**正規確率の計算**

p77問8:　**線形な変数変換、共分散、相関係数**

(p68.1)[C5]問2. 正規確率の計算

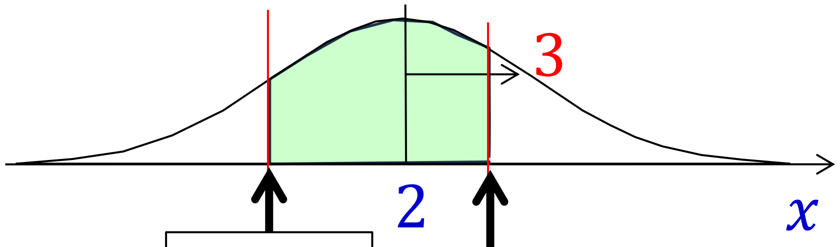
(Aランク)
超基本＆超重要

$X \sim N(2, 3^2)$

$Z = \dfrac{X-2}{3}$

$Z \sim N(0,1)$

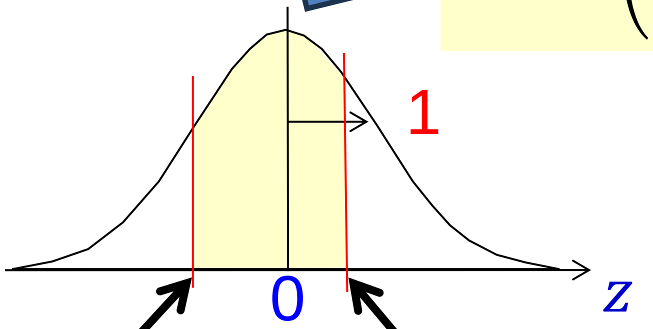
Q: 確率$P(-1 < X \leq 4)$はいくら？



$x = -1$

$x = 4$

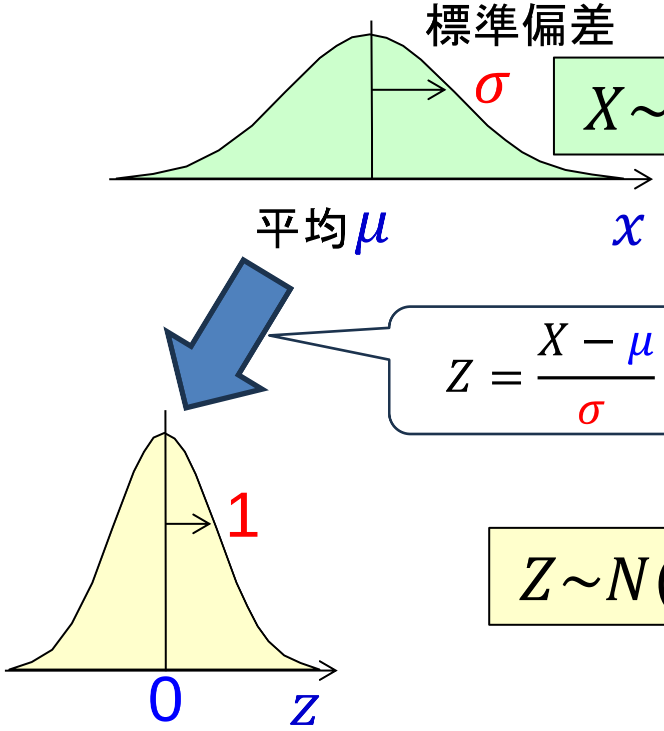
確率$P\left(-1 < Z \leq \dfrac{2}{3}\right)$



$z = \dfrac{-1-2}{3} = -1$

$z = \dfrac{4-2}{3} = \dfrac{2}{3} \fallingdotseq 0.67$

公式(確率変数の標準化)



$X \sim N(\mu, \sigma^2)$

$Z = \dfrac{X-\mu}{\sigma}$

$Z \sim N(0,1)$

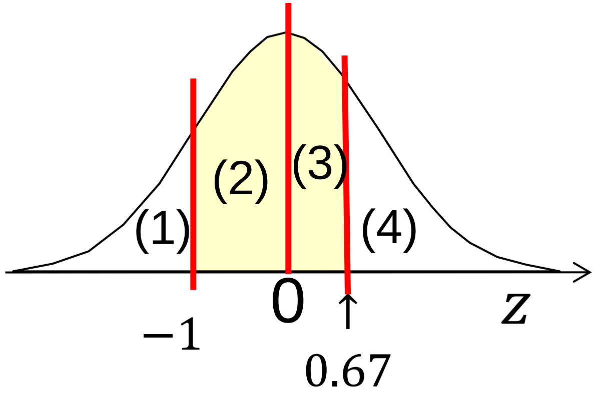
(公式)$X \sim N(\mu, \sigma^2)$)の時、
$Z = \dfrac{X-\mu}{\sigma}$と変換すると、$Z \sim N(0,1)$となる

(p68.2)[C5]問2. 正規確率の計算

(Aランク)
超基本＆超重要

$Z \sim N(0,1)$

確率$P(-1 < Z \leq 0.67)$ =(2)+(3)



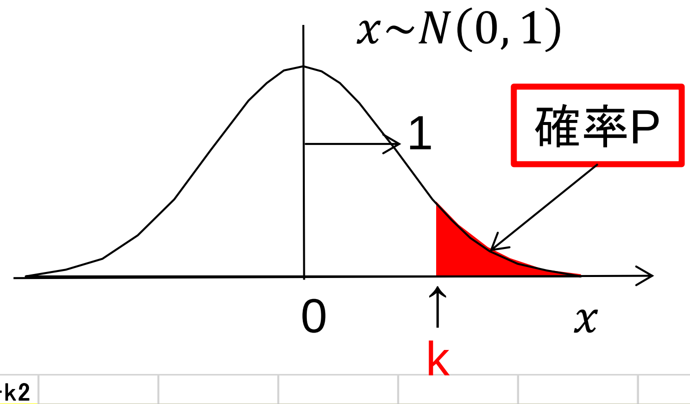
(補足)
連続分布では、
$P(-1 < Z < 0.67)$
$= P(-1 < Z \leq 0.67)$
$= P(-1 < Z \leqq 0.67)$

$P(Z = 0.67) = 0$

右の表で
k=1.00 (k1=1.0, k2=0.00)を見ると (1)=0.1587
k=0.67 (k2=0.6, k2=0.07)を見ると (4)=0.2514
また、(1)+(2)+(3)+(4)=1

従って、
確率$P = (2) + (3) = 1 - ((1) + (4))$
$= 1 - (0.1587 + 0.2514) = 0.590$

(答)⑤



p200 付表1
標準正規分布の
上側確率

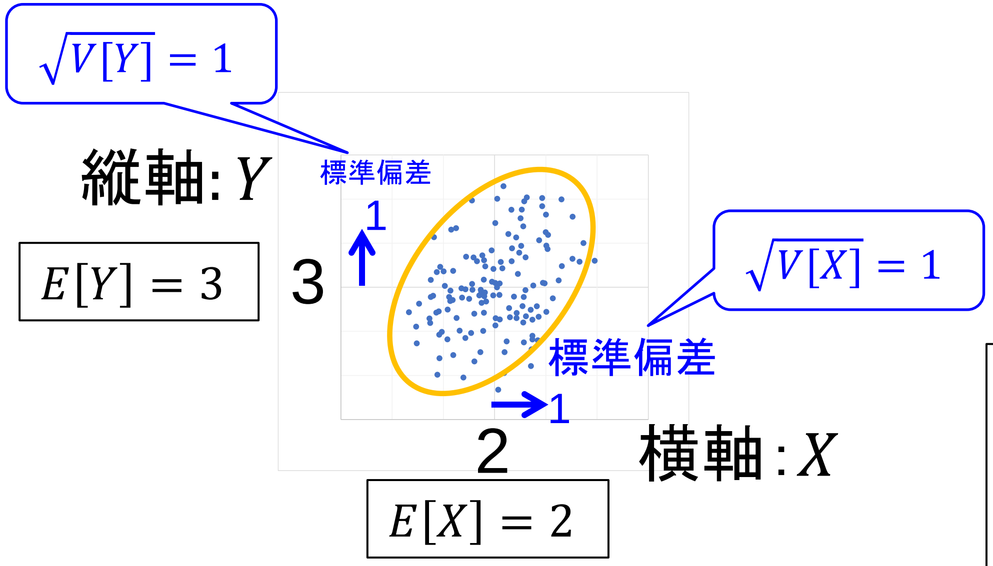
k=k1+k2											
	k2=	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
k1=	0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641
	0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247
	0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859
	0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483
	0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121
	0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776
	0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451
	0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148
	0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867
	0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611
	1.0	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379
	1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
	1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985
	1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823
	1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0721	0.0708	0.0694	0.0681
	1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559
	1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
	1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
	1.8	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
	1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233
	2.0	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183
	2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143
	2.2	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	[illegible]
	2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	[illegible]
	2.4	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0066	[illegible]
	2.5	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049	[illegible]

済

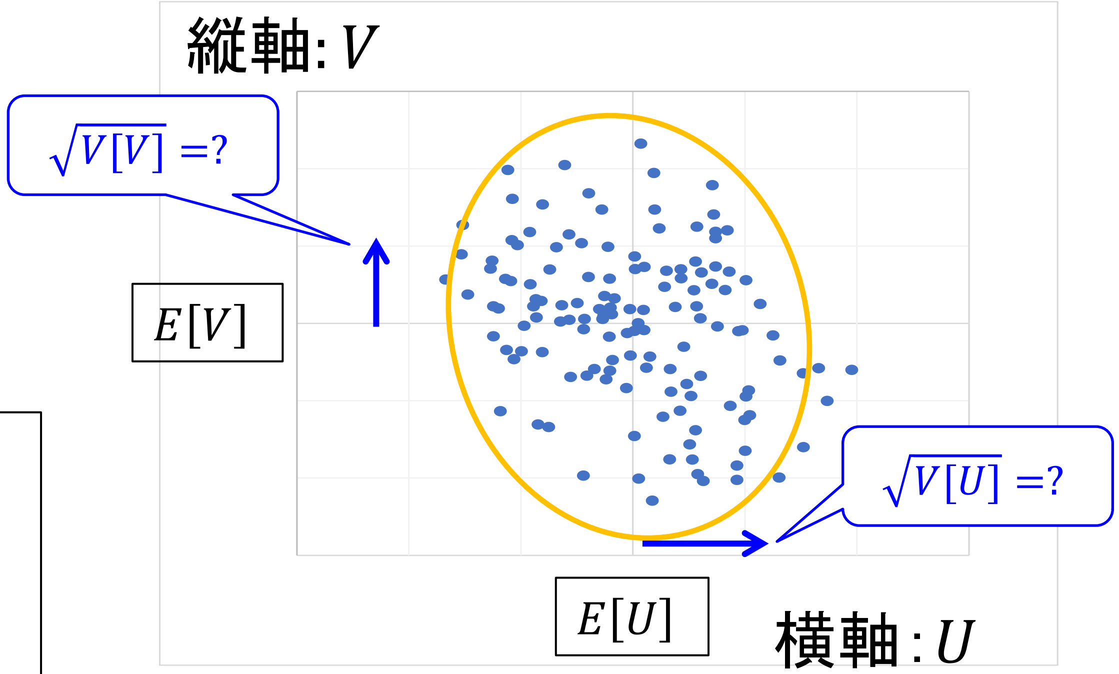
(p77.1)[C5]問8. 線形な変数変換、共分散、相関係数

(Bランク)

問題で聞かれていることは、



変数変換
$U = 3X - 2$
$V = -2Y - 4$
をした時、



共分散　$\mathrm{Cov}[X,Y] =$ ●
相関係数　$r[X,Y] =$ ■
(●、■はある値)

共分散　$\mathrm{Cov}[U,V] =$ ？
相関係数　$r[U,V] =$ ？
はどうなるでしょうか？

(p77.2)[C5]問8. 線形な変数変換、共分散、相関係数：公式

確率変数の平均、分散、共分散、相関係数の公式：

(1) Xの平均：$E(X)$,　　(2) Yの平均：$E(Y)$

(3) Xの分散：　$V[X]=E\left[(X-E[X])^2\right]=E\left[X^2\right]-(E[X])^2$

(4) Yの分散：　$V[Y]=E\left[(Y-E[Y])^2\right]=E\left[Y^2\right]-(E[Y])^2$

(5) X,Yの共分散：　$Cov[X,Y]=E[(X-E[X])(Y-E[Y])]=E[XY]-E[X]E[Y]$

(6) X,Yの相関係数：　$r[X,Y]=\dfrac{Cov[X,Y]}{\sqrt{V[X]V[Y]}}$

確率変数を変数変換した時の共分散・相関係数の公式

変換式	（変換前）	$U=aX+b\ (a,c\neq 0)$ $V=cY+d$
共分散	$Cov[X,Y]$ とすると	(7)　$Cov[U,V]=ac\times Cov[X,Y]$
相関係数	$r[X,Y]$	(8)　$ac>0$なら、　$r[U,V]=r[X,Y]$ $ac<0$なら、　$r[U,V]=-r[X,Y]$

(p77.3)[C5]問8. 線形な変数変換、共分散、相関係数

(Bランク)

(1)$E[X]=2$,　(2) $E[Y]=3$
(3)$V[X]=1$,　(4) $V[Y]=1$
$E[XY]=6.3$
Q: X,Yの共分散、相関係数は?

変数変換
$U=3X-2$
$V=-2Y-4$　をした時、
Q: U,Vの共分散、相関係数は？

$U=aX+b$　$\Rightarrow a=3$
$V=cY+d$　$\Rightarrow c=-2$

(5)　X,Yの共分散：
$Cov[X,Y]=E[XY]-E[X]E[Y]$
$=6.3-2\times 3=0.3$

(6)　X,Yの相関係数：

$$r[X,Y]=\frac{Cov[X,Y]}{\sqrt{V[X]V[Y]}}=\frac{0.3}{\sqrt{1\times 1}}=0.3$$

(7)　U,Vの共分散：

$$Cov[U,V]=ac\times Cov[X,Y]=3\times(-2)\times 0.3=-1.8$$

$ac=-6<0$ なので

(8)　U,Vの相関係数：$r[U,V]=-r[X,Y]=-0.3$

(答)④

済

(5)X,Yの共分散：
$Cov[X,Y]=E[(X-E[X])(Y-E[Y])]=E[XY]-E[X]E[Y]$

(6)　X,Yの相関係数：　$r[X,Y]=\dfrac{Cov[X,Y]}{\sqrt{V[X]V[Y]}}$

可能なら、憶えてください

変換式	（変換前）	$U=aX+b\ (a,c\neq 0)$ $V=cY+d$
共分散	$Cov[X,Y]$	(7)　$Cov[U,V]=ac\times Cov[X,Y]$
相関係数	$r[X,Y]$	(8)　$ac>0$なら、　$r[U,V]=r[X,Y]$ $ac<0$なら、　$r[U,V]=-r[X,Y]$

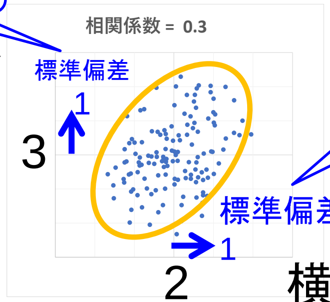
(p77.4)[C5]問8. 線形な変数変換、共分散、相関係数

振り返り

$\sqrt{V[Y]} = 1$

縦軸: Y

$E[Y] = 3$



$\sqrt{V[X]} = 1$

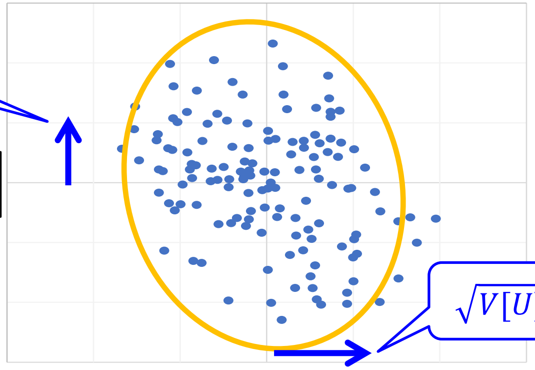
横軸: X

$E[X] = 2$

縦軸: V

$\sqrt{V[V]} = 2$

$E[V]$



$\sqrt{V[U]} = 3$

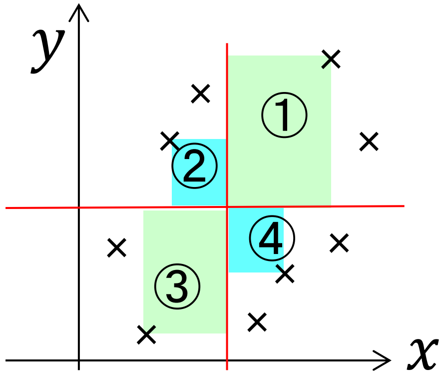
$E[U]$

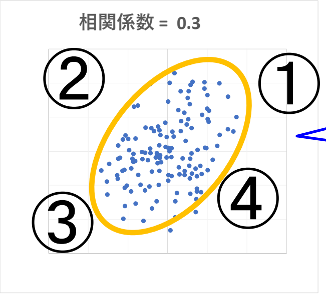
横軸: U

変数変換
$U = 3X - 2$
$V = -2Y - 4$
をした時、

共分散　$\mathrm{Cov}[X, Y] = 0.3$
相関係数　$r[X, Y] = 0.3$

共分散　$\mathrm{Cov}[U, V] = -1.8$
相関係数　$r[U, V] = -0.3$
となりました。





共分散は、「各点毎の面積の差（①＋③　－②－④）」
みたいなものです
変数変換により、 $3 \times (-2) = -6$倍になりました。

変数変換により、
弱い正の相関⇒弱い負の相関　になりました